COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 MARS 1845.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE DE BEAUMONT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Exposé des conditions mathématiques du nouveau système d'écluse à flotteur de* M. Girard; *par* M. PONCELET. (Deuxième article.)

Système à compartiment double et à sas simples ou multiples.

« **11.** On rappellera que le caisson prismatique mobile, plongeant dans l'eau d'un puits latéral en communication avec le sas, est divisé, par un fond intermédiaire, en deux compartiments de hauteurs inégales, et dont le supérieur communique avec le bief ou sas d'amont, et l'inférieur avec le bief ou sas d'aval, au moyen de canaux ou de conduits souterrains, et de siphons convenablement disposés, munis de vannes cylindriques à l'entrée, près du flotteur, entrée qui doit être découverte, au moins dans une certaine étendue, de manière à former une sorte de réservoir ou *cabinet* d'eau. Ces biefs ou sas extrêmes, revêtus verticalement, s'il le faut, sur la hauteur correspondante aux variations de leurs niveaux, sont supposés offrir des dimensions comparables à celles du sas intermédiaire ou principal; de sorte que ces variations sont en rapport avec les dénivellations mêmes de ce sas et avec l'amplitude de course du caisson.

» D'un autre côté, on suppose, afin de fixer les idées, qu'à l'origine, le caisson, vide ou à peu près, flotte librement à la surface de niveau, commune au puits et au sas principal, dont les portes ont été refermées après l'introduction d'un bateau venant du bief ou sas d'aval, alors rempli à toute sa hauteur, ainsi que le bief ou sas d'amont. Il s'agit de proportionner les dimensions des deux siphons et du flotteur à celles des différents sas ou biefs, de façon que, très-peu de temps après l'ouverture des vannes de ces siphons, les charges motrices, c'est-à-dire les différences respectives de niveaux entre chaque bief et le compartiment correspondant, deviennent sensiblement constantes, et assurent ainsi la permanence ou uniformité du mouvement, dont la possibilité est considérée, à priori, comme un fait de l'expérience; l'état peu avancé des théories de l'hydrodynamique ne permettant pas d'ailleurs de soumettre à un calcul rigoureux les circonstances du mouvement varié qui a lieu à partir de l'instant même où l'on ouvre les vannes des siphons.

» **12.** On peut, dans la question présente, évaluer à 20 ou 30 secondes la durée du temps nécessaire à l'établissement du régime uniforme ou à très-peu près uniforme, lorsque les bassins ou biefs de prise d'eau n'ont pas de très-grandes longueurs par rapport à leur largeur ; circonstance où il devient permis de négliger les pentes et dénivellations quelconques, éprouvées par la surface supérieure de ces bassins, qui sera ainsi censée s'abaisser parallèlement à elle-même, en demeurant constamment horizontale.

» Les théories généralement admises en hydraulique, d'accord en cela avec les données de l'expérience, autorisent également à négliger, dans les équations relatives à l'écoulement des liquides à niveau variable, les termes qui proviennent des variations de la vitesse dans les différentes régions des réservoirs, lorsque ceux-ci offrent de très-grandes sections transversales par rapport à celles des conduits et orifices d'écoulement du liquide; ce qui est le cas actuel.

» Enfin, il serait pareillement inutile de se préoccuper, dans la question présente, de l'influence des forces vives du caisson et des masses liquides qui participent directement de son mouvement, non plus que des frottements et résistances, de tous genres, qui s'opposent à ce mouvement, dont l'extrême lenteur rend l'influence en question complètement négligeable.

» Plus tard, nous reviendrons, s'il y a lieu, sur quelques-unes de ces considérations, afin de justifier nos premières hypothèses ou de généraliser nos premiers résultats. Nous supposerons d'ailleurs, dans tout ce qui va suivre, que le lecteur ait pris, au moyen de figures ou de simples profils, une idée

suffisante du dispositif de l'appareil; et, comme les circonstances de mouvement et les équations sont les mêmes pour la montée et la descente du caisson, nous nous occuperons, d'une manière plus spéciale, de ce qui concerne cette dernière période de la manœuvre.

» **13.** *Conditions de l'uniformité du mouvement de l'appareil.* — Ces préliminaires étant établis, soient, en général,

B l'aire de la section horizontale extérieure du caisson, déduction faite de l'espace occupé, sur son fond, par les siphons ou leurs fourreaux cylindriques;

B′ et B″ les aires des sections intérieures respectives, de ses compartiments inférieur et supérieur, diminuées des quantités analogues, ainsi que de l'espace occupé par les supports du fond intermédiaire;

A′ et A″ celles des biefs ou sas respectifs d'aval et d'amont, y compris l'aire des sections horizontales des parties découvertes des conduites d'amenée de l'eau dans les siphons;

A celle du sas intermédiaire ou principal qui communique, avec le puits du caisson, par un large canal souterrain dont l'étendue ne doit point ici être prise en considération, bien qu'il en soit autrement de l'espace demeuré libre, dans le puits, autour du caisson;

$\mathcal{A} = \mathrm{A} - \delta\mathrm{B}$ l'aire effective de ce sas; δ représentant une fraction très-petite de l'unité, et qui peut être réduite à moins de 0,06 quand B surpasse 200 mètres carrés, et à 0,10 quand il est moindre que 100 mètres carrés;

x', x'', à une époque quelconque de la descente du caisson, les hauteurs relatives dont les niveaux primitifs se sont élevés dans ses compartiments, inférieur et supérieur;

z', z'' celles dont les niveaux se sont abaissés dans les biefs correspondants;

z celle dont, au contraire, le niveau commun, du sas principal et du puits, s'est relevé au-dessus de sa position initiale ou la plus basse;

v', v, v'' les distances respectives, de ces mêmes niveaux, à la position la plus élevée ou la plus basse qu'ils doivent prendre après l'ouverture des portes d'aval de A′ et A″, ouverture qui permet à un nouveau bateau d'arriver dans A′, et à celui déjà contenu dans A de passer dans A″;

$\mathrm{H}' = z' + v'$, $\mathrm{H} = z + v$, $\mathrm{H}'' = z'' + v''$ les chutes partielles et respectives des sas ou biefs A′, A et A″; c'est-à-dire les plus grandes dénivellations qui s'opèrent entre les instants de l'ouverture des vannes de siphons et de la fermeture consécutive des portes busquées;

H la chute totale comprise entre les niveaux extrêmes d'amont et d'aval;

y la descente absolue du caisson sous les charges d'eau x' et x'', combinées avec la montée z du fluide extérieur;

h', h'', en général, les charges motrices ou dénivellations totales qui, à un instant donné, produisent l'écoulement du liquide des biefs respectifs, d'aval et d'amont, dans les compartiments B' et B'', au travers des siphons et des canaux d'amenée, s'il en existe;

h_1 et h''_1 les valeurs, limites ou constantes, qu'elles atteignent lorsque le mouvement est devenu sensiblement uniforme;

V_1 enfin, la vitesse du caisson qui correspond à ce mouvement.

» Soient pareillement, à l'origine de la descente du caisson flottant,

y_0 la hauteur dont il plonge au-dessous du niveau du puits ou du sas;

$P_0 = \Pi B y_0$ son poids total, y compris celui des tranches d'eau qu'il peut déjà contenir et dont $\Pi = 1000^{kg.}$ est le poids du mètre cube;

h'_0, h''_0 les valeurs correspondantes ou initiales des charges motrices h' et h''.

» Représentons enfin, par les mêmes lettres avec l'indice inférieur $(_1)$, les valeurs finales que prennent les variables y, x' et x'', z', z et z'', v', v et v'', à l'époque de la fermeture simultanée des vannes de siphons, c'est-à-dire à la fin de la descente du caisson.

» **14**. On aura, à un instant quelconque du mouvement, en vertu des hypothèses admises :

» 1°. A cause de l'égalité permanente des volumes d'eau reçus dans les compartiments respectifs et ceux qui ont été enlevés aux biefs ou sas correspondants, d'aval ou d'amont,

$$(c) \qquad B'x' = A'z', \quad B''x'' = A''z'';$$

» 2°. D'après les conditions de l'équilibre hydrostatique du caisson, et en négligeant la considération des forces vives, frottements et résistances de tous genres,

$$(d) \qquad P_0 + \Pi(B'x' + B''x'') = \Pi B(y_0 + y + z);$$

équation qui, à cause de la relation $P_0 = \Pi B y_0$, devient plus simplement

$$(e) \qquad B'x' + B''x'' = B(y + z);$$

» 3°. Parce que le volume d'eau introduit, dans le sas intermédiaire, pendant la descente du caisson de la hauteur y, est précisément égal à celui du

liquide refoulé par son fond inférieur,

$$(f)\qquad By = Az;$$

» 4°. Enfin, pour l'expression des charges motrices respectives qui produisent l'écoulement de l'eau au travers des siphons,

$$(g)\qquad h' = h'_0 + y - x' - z', \qquad h'' = h''_0 + y - x'' - z''.$$

» **15.** Mettant, dans ces dernières formules, pour z' et z'', leurs valeurs en x' et x'', fournies par les équations (c), elles donnent généralement

$$(h)\qquad x' = \frac{A'}{A'+B'}(y + h'_0 - h'), \qquad x'' = \frac{A''}{A''+B''}(y + h''_0 - h'').$$

» Substituant, à leur tour, ces valeurs et celles de $z = \frac{B}{A}y$, dans l'équation (e), elle se convertira dans la suivante

$$\frac{A'B'}{A'+B'}(h'_0 - h') + \frac{A''B''}{A''+B''}(h''_0 - h'') = \left[\frac{B(B+A)}{A} - \frac{A'B'}{A'+B'} - \frac{A''B''}{A''+B''}\right]y.$$

» La condition de l'uniformité du mouvement, après un temps fort court, dont on néglige ici la considération, exige que le premier membre de cette équation converge rapidement vers une quantité invariable. Le second membre croissant, au contraire, indéfiniment avec y, la condition dont il s'agit ne pourra généralement être remplie qu'autant que l'on ait

$$(i)\qquad \frac{A'B'}{A'+B'} + \frac{A''B''}{A''+B''} = \frac{B(B+A)}{A};$$

ce qui servira à fixer, comme on le verra plus loin, les sections transversales, intérieure et extérieure, du caisson, au moyen de celle des différents biefs ou sas A, A', A''.

» Par suite, on aura aussi, entre les charges h' et h'', devenues constantes et égales à h'_1 et h''_1,

$$\frac{A'B'}{A'+B'}(h'_0 - h'_1) + \frac{A''B''}{A''+B''}(h''_0 - h''_1) = 0,$$

ou, en posant le nombre constant

$$(j)\qquad \frac{A''B''(A'+B')}{A'B'(A''+B'')} = k, \qquad h'_1 - h'_0 + k(h''_1 - h''_0) = 0.$$

» **16.** Mais ces différentes conditions ne suffisent pas pour assurer l'uniformité du mouvement du caisson, il faut encore que les diamètres des siphons, les sections des canaux d'amenée de l'eau, et les volumes de leurs débits sous les charges respectives h' et h'', soient en rapport avec les dimensions transversales des biefs et du caisson. Nommons respectivement

L′ et L″ les longueurs développées, D′ et D″ les diamètres, S′ et S″ les aires des sections transversales de ces siphons;

U′ et U″ les vitesses que l'eau y acquiert sous les charges variables h' et h''; U'_1 et U''_1 étant celles qui correspondent aux charges permanentes ou finales h'_1 et h''_1;

L' et L'' les longueurs développées, S' et S'' les aires de sections transversales, P' et P'' les *périmètres mouillés*, $D' = \frac{4S'}{P'}$ enfin, et $D'' = \frac{4S''}{P''}$ les *diamètres moyens* des conduits d'amenée de l'eau, dans les siphons respectifs; conduits d'ailleurs fermés ou découverts, et munis de vannes de garde à l'entrée pour les isoler, au besoin, des biefs ou sas de prise d'eau;

$Q'_1 = S'U'_1$, $Q''_1 = S''U''_1$ les produits ou dépenses d'eau uniformes, par seconde, des siphons, sous les vitesses de régime U'_1 et U''_1;

μ' et μ'' les coefficients de contraction du liquide à son entrée dans les siphons, coefficients qui pourraient s'abaisser à 0,50 pour les extrémités qui pénètrent dans la masse liquide des compartiments, si elles n'étaient convenablement disposées;

m' et m'' ceux qui se rapportent aux embouchures respectives des conduits d'amenée, qui précèdent les siphons;

$\alpha = 0{,}00017$, $\beta = 0{,}00342$ les coefficients de la résistance de l'eau le long des parois des siphons, coefficients qui, d'après M. de Prony, sont, sans erreurs sensibles, également applicables aux canaux ou conduites découvertes;

r' et r'' les rayons de courbure communs aux axes des coudes de raccordement des branches verticales et horizontales des siphons S′ et S″;

$c' = \pi r'$, $c'' = \pi r''$ enfin, les longueurs développées et totales de ces coudes respectifs;

$$(0{,}0039 + 0{,}0186\, r')\frac{c'U_1'^2}{r'^2}, \quad (0{,}0039 + 0{,}0186\, r'')\frac{c''U_1''^2}{r''^2}$$

représentant, d'après les expériences de Dubuat, les pertes de force vive, par unité de masse du débit, qui sont occasionnées par ces mêmes coudes (Navier, *Applications de la mécanique*, etc.).

» **17.** Cela posé, les volumes de liquide versés, à un instant quelconque, par les siphons et canaux d'amenée, dans les compartiments respectifs B′ et B″, étant exprimés par les produits $S'U'dt$, $S''U''dt$, pour la durée infiniment petite dt du temps, et ces volumes devant correspondre exactement aux accroissements respectifs $B'dx'$, $B''dx''$ des volumes déjà admis dans ces compartiments, on aura généralement les conditions

$$S'U' = B'\frac{dx'}{dt}, \quad S''U'' = B''\frac{dx''}{dt}.$$

» Les expressions (g), n° **14**, de h' et h'', différentiées par rapport au temps, donnant d'ailleurs, par la condition de la permanence du mouvement ou de la constance des charges,

$$\frac{dh'}{dt} = \frac{dy}{dt} - \frac{A'+B'}{A'}\frac{dx'}{dt} = 0, \qquad \frac{dh''}{dt} = \frac{dy}{dt} - \frac{A''+B''}{A''}\frac{dx''}{dt} = 0,$$

et $\frac{dy}{dt}$ n'étant autre chose que la vitesse limite, ou de régime V_1, que le caisson flottant doit prendre après les premiers instants, on aura les nouvelles équations

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{A'}{A'+B'}\frac{dy}{dt} = \frac{A'}{A'+B'}V_1, \qquad \frac{dx''}{dt} = \frac{A''}{A''+B''}\frac{dy}{dt} = \frac{A''}{A''+B''}V_1,$$

$$(k) \qquad S'U'_1 = \frac{B'A'}{A'+B'}V_1 = Q'_1, \qquad S''U''_1 = \frac{B''A''}{A''+B''}V_1 = Q''_1,$$

dont les dernières feront connaître les dépenses, par seconde, de chacun des siphons, lorsqu'on se donnera à priori la valeur de la vitesse limite V_1 du flotteur.

» **18.** D'un autre côté, on a, d'après les principes de l'hydraulique, pour exprimer les conditions de l'uniformité du mouvement, dans les siphons et les conduits qui les précèdent, en ayant égard aux pertes de force vive et résistances diverses,

$$2gh'_1 = \frac{8L'}{D'}\left(\alpha U'_1 + \beta U'^2_1\right) + \frac{8L'}{D'}\left(\alpha\frac{S'}{S'}U'_1 + \beta\frac{S'^2}{S'^2}U'^2_1\right) + (0,0039 + 0,0186\,r')\frac{c'}{r'^2}U'^2_1 + \left[1 + \left(\frac{1}{\mu'} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2\frac{S'^2}{S'^2}\right]U'^2_1,$$

$$2gh''_1 = \frac{8L''}{D''}\left(\alpha U''_1 + \beta U''^2_1\right) + \frac{8L''}{D''}\left(\alpha\frac{S''}{S''}U''_1 + \beta\frac{S''^2}{S''^2}U''^2_1\right) + (0,0039 + 0,0186\,r'')\frac{c''}{r''^2}U''^2_1 + \left[1 + \left(\frac{1}{\mu''} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{m''} - 1\right)^2\frac{S''^2}{S''^2}\right]U''^2_1,$$

en négligeant les forces vives possédées, par le liquide, dans les biefs ou sas A′ et A″, ainsi que dans les compartiments B′ et B″, dont les sections, au moins décuples de celles S′, S″ des siphons, ne pourront amener que

des pertes ou gains, de chute, complétement négligeables vis-à-vis des charges motrices h'_1 et h''_1.

» **19.** A l'égard des termes en μ', μ'', m', m'', on les a conservés dans les équations, parce qu'ils pourraient exercer une notable influence si l'on n'avait pas su éviter les contractions aux extrémités des siphons et aux embouchures des conduits d'amenée. En évasant ces extrémités comme on le montrera plus loin, on fera disparaître, à très-peu près, les pertes de chute qui leur correspondent. Quant aux embouchures, si elles appartiennent à des canaux ou conduites découvertes, elles donneront lieu, lors même qu'on en aurait convenablement raccordé le fond et les parois latérales avec ceux des réservoirs, à une contraction supérieure, dont le coefficient m' ou m'' ne surpassera guère 0,67, et occasionnera, à la surface du liquide, une petite cataracte qui, d'après Dubuat, est nécessaire pour imprimer à ce liquide, la vitesse qu'il est obligé de prendre à l'entrée de chaque canal. Pour en diminuer le plus possible l'influence, ainsi que celle des frottements le long des parois, il sera nécessaire de donner à ces canaux, sous une longueur minimum, des sections transversales S' et S'', aussi grandes que le comportent les circonstances locales, et une largeur au moins double de la profondeur, qui, elle-même, doit peu différer de celle des biefs.

» Ces considérations ont ici, une importance toute particulière, à cause de la petitesse des charges motrices qui doivent vaincre les résistances inhérentes au mouvement du caisson, et qui entraînent une perte, une consommation correspondante de liquide.

» **20.** Maintenant, si l'on substitue dans les équations du n° **18**, les valeurs de U'_1 et U''_1 tirées des précédentes (k), elles deviendront, attendu que $S' = \frac{1}{4}\pi D'^2$, $S'' = \frac{1}{4}\pi D''^2$,

$$(l) \qquad h'_1 = \frac{4a'}{\pi g}\frac{Q'^{\,2}_1}{D'^2} + \frac{8b'}{\pi^2 g}\frac{Q'^2}{D'^4}, \qquad h''_1 = \frac{4a''}{\pi g}\frac{Q''_1}{D''^2} + \frac{8b''}{\pi^2 g}\frac{Q''^{\,2}_1}{D''^4},$$

en posant, pour abréger,

$$4\alpha\left(\frac{L'}{D'} + \frac{L'S'}{D'S'}\right) = a', \quad 8\beta\left(\frac{L'}{D'} + \frac{L'S'^2}{D'S'^2}\right) + 1 + \left(\frac{1}{\mu'} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2\frac{S'^2}{S'^2} + (0,0039 + 0,0186\,r')\frac{c'}{r'^2} = b',$$

$$4\alpha\left(\frac{L''}{D''} + \frac{L'S''}{D''S''}\right) = a'', \quad 8\beta\left(\frac{L''}{D''} + \frac{L''S''^2}{D''S''^2}\right) + 1 + \left(\frac{1}{\mu''} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{m''} - 1\right)^2\frac{S''^2}{S''^2} + (0,0039 + 0,0186\,r'')\frac{c''}{r''^2} = b'';$$

ce qui fera connaître les charges limites h'_1 et h''_1, par un calcul très-simple, quand l'appareil sera tout construit, et qu'on se donnera, d'ailleurs, à priori,

la vitesse de régime V_1 du caisson, dont les valeurs de Q'_1 et Q''_1 dépendent immédiatement, en vertu des équations (k) du n° **17**.

» **21**. La combinaison de ces mêmes équations avec l'équation (j), qui dérive aussi de la condition de l'uniformité du mouvement du caisson, mettra pareillement en mesure de calculer les charges constantes h'_1 et h''_1 dont il s'agit, en se donnant, à priori, non plus la valeur de V_1, mais bien celle des charges initiales h'_0 et h''_0; pourvu, néanmoins, que les aires B, B' et B'' des sections transversales extérieure et intérieures des compartiments, satisfassent à la condition (i), obtenue en premier lieu.

» Il est évident, en effet, que si l'on élimine Q'_1, Q''_1, V_1 et h'_1 ou h''_1 entre les cinq équations (j), (k) et (l), il en résultera deux nouvelles équations, qui donneront immédiatement le moyen de calculer h'_1 et h''_1 en fonction de h'_0 et h''_0. Mais ces éliminations, assez laborieuses, conduisant à des résultats fort compliqués, il sera plus simple de procéder ainsi qu'il suit.

» On substituera d'abord les valeurs (k), de Q'_1 et Q''_1, dans les équations (l), ce qui donnera

$$(m)\quad \left\{\begin{aligned} h'_1 &= \frac{4a'A'B'}{g\pi D'^2(A'+B')}V_1 + \frac{8b'A'^2B'^2}{g\pi^2 D'^4(A'+B')^2}V_1^2,\\ h''_1 &= \frac{4a''A''B''}{g\pi D''^2(A''+B'')}V_1 + \frac{8b''A''^2B''^2}{g\pi^2 D''^4(A''+B'')^2}V_1^2.\end{aligned}\right.$$

Substituant, à leur tour, ces valeurs de h'_1 et h''_1 dans l'équation (j), on en tirera la nouvelle équation

$$(n)\quad h'_0+kh''_0=\frac{4}{g\pi}\left[\frac{a'A'B'}{(A'+B')D'^2}+\frac{ka''A''B''}{(A''+B'')D''^2}\right]V_1+\frac{8}{g\pi^2}\left[\frac{b'A'^2B'^2}{(A'+B')^2D'^4}+\frac{kb''A''^2B''^2}{(A''+B'')^2D''^4}\right]V_1^2,$$

du deuxième degré seulement en V_1, et qui permettra de calculer directement la vitesse uniforme du caisson, au moyen de h'_0 et h''_0.

» La valeur de V_1 étant ainsi obtenue, on en déduira, sur-le-champ, celles de h'_1 et h''_1 par les formules ou équations (m). On voit donc que, quand l'appareil est construit, la connaissance des charges initiales suffit pour calculer toutes les circonstances du mouvement uniforme qui se produit peu de temps après l'ouverture des vannes des siphons; mais la même chose n'a pas lieu à l'égard des charges finales h'_1 et h''_1; non-seulement elles ne sauraient être toutes deux choisies arbitrairement, mais encore elles seraient inaptes à fournir séparément les valeurs des charges initiales h'_0, h''_0, dont elles feraient seulement connaître la fonction $h'_0+kh''_0$ proportionnelle, comme on le verra, à la perte ou consommation d'eau relative à chaque éclusée.

» **22.** Dans le cas où l'appareil ne serait pas encore construit, les équations (l) serviront, à l'inverse, à déterminer directement les diamètres inconnus D′, D″, lorsque l'on aura fixé les valeurs des charges motrices initiales ou finales, ainsi qu'il sera indiqué plus loin. Ces équations, qui sont implicitement du cinquième degré en D′ et D″, peuvent, en effet, se résoudre trèssimplement par la méthode des substitutions successives, et à la manière des équations du deuxième degré.

» En considérant d'abord comme des quantités toutes connues, les facteurs ou coefficients a', a'', b', b'', elles donneront immédiatement, par une double résolution ou extraction de racine carrée,

$$(o)\quad \begin{cases} \frac{1}{2}D' = \sqrt{\dfrac{Q'_1 a'}{2\pi g h'_1}}\sqrt{1+\sqrt{1+2gh'_1\dfrac{b'}{a'^2}}}, \\ \frac{1}{2}D'' = \sqrt{\dfrac{Q''_1 a''}{2\pi g h''_1}}\sqrt{1+\sqrt{1+2gh''_1\dfrac{b''}{a''^2}}}; \end{cases}$$

expressions que l'on calculera en négligeant d'abord, dans a' et b' (**20**), les termes qui contiennent α et β; ce qui rend a' nul et donne, pour premières valeurs approchées un peu faibles,

$$(p)\quad \begin{cases} \frac{1}{2}D' = \sqrt{\dfrac{Q'_1}{\pi}\sqrt{\dfrac{b'}{2gh'_1}}} = \sqrt[4]{\dfrac{Q'^2_1 b'}{2gh'_1\pi^2}}, \\ \frac{1}{2}D'' = \sqrt{\dfrac{Q''_1}{\pi}\sqrt{\dfrac{b''}{2gh''_1}}} = \sqrt[4]{\dfrac{Q''^2_1 b''}{2gh''_1\pi^2}}; \end{cases}$$

formules dans lesquelles on prendra simplement

$$b' = 1 + \left(\frac{1}{\mu'} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2 \frac{S'^2}{S'^2} + (0,0039 + 0,0186 r')\frac{c'}{r'^2},$$

$$b'' = 1 + \left(\frac{1}{\mu''} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{m'} - 1\right)^2 \frac{S''^2}{S''^2} + (0,0039 + 0,0186 r'')\frac{c''}{r''^2},$$

et qui serviront à calculer des valeurs plus approchées de a', a'', b', b'' et, par suite, de D′ et D″. Ces dernières, à leur tour un peu fortes, suffiront pour les applications ordinaires; mais on en trouvera, au besoin, de plus en plus exactes, en les substituant dans les expressions ci-dessus.

» Généralement même, il suffira de calculer D′ et D″ par les formules approximatives (p), pourvu que, dans la seconde substitution, on suppose à b' et b'' les valeurs qu'elles prennent en tenant compte du terme en β, qui

sera supposé égal à 0,0036, afin de compenser la légère erreur qui résulte de la suppression des premiers termes de la résistance en α, et qui demeure ici comparativement très-petite.

» **23**. *Conditions de la régularité et de la périodicité de la manœuvre.* — Les charges h'_1 et h''_1, dont la connaissance est indispensable pour calculer les diamètres D′, D″, quand il s'agit d'un projet d'établissement de l'appareil, ces charges doivent, conjointement avec les hauteurs finales d'ascension ou d'abaissement de l'eau dans les différents biefs ou sas, satisfaire à certaines conditions relatives à la nature de cet appareil, et à la régularité, à la périodicité de la manœuvre; conditions dont nous allons maintenant nous occuper, et qui offrent, dans le cas général des biefs ou sas accolés à niveaux variables, une complète analogie avec celle qui caractérise le dernier système de M. Girard, relatif aux sas éclusés simples et aux biefs indéfinis.

» Considérant, en effet, ce qui se passe vers la fin de la descente du caisson, à l'instant où le niveau du sas A et du puits dans lequel il flotte, s'étant relevé (**13**) de $z_1 = \text{H} - v_1$, et les niveaux, dans les sas supérieur et inférieur A″, A′, s'étant, au contraire, abaissés des quantités correspondantes $z''_1 = \text{H}'' - v''_1$ et $z'_1 = \text{H} - v'_1$, on vient à ouvrir les portes d'aval de ces sas respectifs, et à égaliser ainsi le niveau de A avec celui de A″, et le niveau de A′ avec celui du canal ou bief indéfini avec lequel il communique par hypothèse.

» Observant, en outre, qu'à ce même instant, le niveau dans A, et, par conséquent, le flotteur tout entier, se relèvent de la hauteur v_1; que ce même sas A gagne ainsi un volume d'eau $(\text{B}+\text{A})\,v_1$ aux dépens du bief ou sas A″, qui en perd un $\text{A}''v''_1$; que, pour la régularité du service et la facilité de la manœuvre, l'un et l'autre de ces volumes doivent être équivalents à celui qui, dans chacune des opérations successives, se gagne vers le haut de A″ ou se perd vers le bas de A′; qu'enfin le même motif de régularisation exige que la montée et la descente du flotteur s'opèrent dans des circonstances identiques bien qu'inverses, ce qui arrivera forcément, si l'on combine les choses, vers la fin de chaque opération, de manière que, par le relèvement ou l'abaissement v_1 du flotteur, résultant de l'ouverture des portes, les charges motrices initiales h'_0, h''_0 se reproduisent ou redeviennent exactement les mêmes, on sera conduit à poser les nouvelles équations de condition

$$(q)\qquad \begin{cases} \text{A}'v'_1 = (\text{B}+\text{A})\,v_1 = \text{A}''v''_1, \\ v_1 + v'_1 = h'_1 + h'_0, \qquad v_1 + v''_1 = h''_1 + h''_0; \end{cases}$$

d'où l'on tire immédiatement

$$v'_1 = \frac{B+A}{B+A+A'}(h'_1+h'_0),\quad v_1 = \frac{A'(h'_1+h'_0)}{B+A+A'} = \frac{A''(h''_1+h''_0)}{B+A+A''},\quad v''_1 = \frac{B+A}{B+A+A''}(h''_1+h''_0);$$

et, par suite,

$$(r)\qquad \frac{h'_1+h'_0}{h''_1+h''_0} = \frac{A''(B+A+A')}{A'(B+A+A'')} = k_1,\quad \text{ou}\quad h'_1+h'_0 = k_1(h''_1+h''_0),$$

k_1 étant, comme k, un nombre invariable qui ne dépend que des sections horizontales des différents sas ou biefs.

» Cette dernière équation et l'équation (j) du n° **15**, lient entre elles les charges constantes ou finales h'_1, h''_1 et les charges initiales h'_0, h''_0, de telle sorte que la connaissance des premières entraîne immédiatement celle des secondes, et *vice versâ*. Ainsi, par exemple, on en tire

$$(s)\qquad h'_1 = \frac{2kk_1h''_0 + (k_1-k)h'_0}{k_1+k},\qquad h''_1 = \frac{2h'_0 - (k_1-k)h''_0}{k_1+k},$$

expressions dans lesquelles il suffit d'une simple permutation de lettres pour obtenir, inversement, les valeurs de h'_0 et h''_0 en h'_1 et h''_1.

» **24**. Si l'on substitue, en particulier, les valeurs de h'_1 et h''_1 dans celles de v'_1, v_1, v''_1, elles prendront la forme

$$v'_1 = 2i\frac{B+A}{A'}(h'_0+kh''_0),\qquad v_1 = 2i(h'_0+kh''_0),\qquad v''_1 = 2i\frac{B+A}{A''}(h'_0+kh''_0),$$

en posant de nouveau le nombre tout connu

$$(t)\qquad \frac{A'k_1}{(B+A+A')(k_1+k)}\quad \text{ou}\quad \frac{A'B'(B''+A'')}{B'(B+A+A')(B''+A'')+B''(B+A+A'')(B'+A')} = i.$$

» Par suite, la perte d'eau qui se fait dans une période entière, composée d'une descente suivie d'une montée du caisson, aura pour expression

$$A'v'_1 = A''v''_1 = (B+A)v_1 = 2i(B+A)(h'_0+kh''_0).$$

» Le facteur $h'_0+kh''_0$ pouvant être remplacé par $h'_1+kh''_1$, en vertu de l'équation (j), il en résulte que, si l'appareil est construit, l'on ne saurait amoindrir cette perte sans diminuer, en même temps, les charges motrices

h'_0, h''_0 ou h'_1, h''_1, qui influent directement, comme on l'a vu (**21**), sur la vitesse ou la durée de la manœuvre du flotteur. Si, au contraire, l'appareil était à construire, on pourrait toujours déterminer les diamètres D′ et D″ des siphons, de manière à rendre la perte d'eau aussi petite qu'on le désirerait.

» **25**. Soit, en effet, q la moindre valeur qu'on prétende lui attribuer, on aura l'équation de condition

$$(u)\qquad 2i(\mathrm{A}+\mathrm{B})(h'_0+kh''_0)=2i(\mathrm{A}+\mathrm{B})(h'_1+kh''_1)=q,\qquad h'_1+kh''_1=\frac{q}{2i(\mathrm{A}+\mathrm{B})};$$

dans laquelle on substituera pour h'_1 et h''_1, leurs valeurs en D′, D''_1, Q'_1 et Q''_1, ce qui donne

$$(v)\qquad \frac{q}{2i(\mathrm{A}+\mathrm{B})}=\frac{4}{\pi g}\left(a'\frac{\mathrm{Q}'_1}{\mathrm{D}'^2}+ka''\frac{\mathrm{Q}''_1}{\mathrm{D}''^2}\right)+\frac{8}{\pi^2 g}\left(b'\frac{\mathrm{Q}'^2_1}{\mathrm{D}'^4}+kb''\frac{\mathrm{Q}''^2_1}{\mathrm{D}''^4}\right)$$

$$=\frac{4}{\pi g}\left[\frac{a'\mathrm{A}'\mathrm{B}'}{(\mathrm{A}'+\mathrm{B}')\mathrm{D}'^2}+\frac{ka''\mathrm{A}''\mathrm{B}''}{(\mathrm{A}''+\mathrm{B}'')\mathrm{D}''^2}\right]\mathrm{V}_1+\frac{8}{\pi^2 g}\left[\frac{b'\mathrm{A}'^2\mathrm{B}'^2}{(\mathrm{A}'+\mathrm{B}')^2\mathrm{D}'^4}+\frac{kb''\mathrm{A}''^2\mathrm{B}''^2}{(\mathrm{A}''+\mathrm{B}'')^2\mathrm{D}''^4}\right]\mathrm{V}_1^2.$$

Or, la forme du résultat montre que, en effet, la perte d'eau est susceptible de décroître indéfiniment à mesure que l'on augmente les diamètres, ou qu'on diminue, au contraire, les valeurs des dépenses d'eau Q'_1 et Q''_1, relatives à l'unité de temps, c'est-à-dire la vitesse même de régime V_1, que l'on veut laisser prendre à l'appareil flottant.

» Mais cette considération ne suffit pas pour fixer le choix des diamètres D′ et D″, elle fait seulement connaître des limites en deçà desquelles ils ne sauraient exister.

» **26**. Pour découvrir ces limites, lorsque Q'_1, Q''_1 ou V_1 sont donnés à priori, on remarquera que l'équation (u) implique les inégalités

$$h'_1 \text{ ou } \frac{4a'\mathrm{Q}'_1}{g\pi\mathrm{D}'^2}+\frac{8b'\mathrm{Q}'^2_1}{g\pi^2\mathrm{D}'^4}<\frac{q}{2i(\mathrm{A}+\mathrm{B})},\qquad h''_1 \text{ ou } \frac{4a''\mathrm{Q}'_1}{g\pi\mathrm{D}''^2}+\frac{8b''\mathrm{Q}''^2_1}{g\pi^2\mathrm{D}''^4}<\frac{q}{2ik(\mathrm{A}+\mathrm{B})};$$

d'où l'on tire à fortiori, comme on l'a montré pour les équations (l), n° **22**, et en négligeant les termes en a' et a'' qui ont pour facteur le coefficient α de la résistance des parois,

$$\tfrac{1}{2}\mathrm{D}'>\sqrt[4]{\frac{ib'\mathrm{Q}'^2_1(\mathrm{A}+\mathrm{B})}{gq\pi^2}}=\sqrt{\frac{\mathrm{Q}'_1}{\pi}\sqrt{\frac{ib'(\mathrm{A}+\mathrm{B})}{gq}}},$$

$$\tfrac{1}{2}\mathrm{D}''>\sqrt[4]{\frac{ikb''\mathrm{Q}''^2_1(\mathrm{A}+\mathrm{B})}{gq\pi^2}}=\sqrt{\frac{\mathrm{Q}''_1}{\pi}\sqrt{\frac{ikb''(\mathrm{A}+\mathrm{B})}{gq}}}.$$

» Il est évident que, au delà de ces limites, on pourrait se donner arbitrairement l'un des diamètres, si le flotteur ne devait satisfaire à quelque autre condition distincte des précédentes, et qui mît à même de calculer directement les charges h'_1, h''_1.

» **27.** Quand la perte d'eau q sera donnée à priori, la vitesse de régime V_1 de l'appareil pourra être calculée directement au moyen de l'équation du 2e degré (v), qui suppose cet appareil déjà projeté ou construit, et revient, au fond, à l'équation (n) du n° **21**, sauf qu'au lieu d'exiger la connaissance préalable des charges motrices initiales ou finales, elle peut, au contraire, servir à les calculer au moyen des formules (m) et (s), ou

$$h'_0 = \frac{2kk_1h''_1 + (k_1 - k)h'_1}{k_1 + k}, \qquad h''_0 = \frac{2h'_1 - (k_1 - k)h''_1}{k_1 + k},$$

dont les dernières, comme on l'a vu, sont principalement relatives à l'uniformité et à la périodicité de la manœuvre.

» **28.** A l'égard des dénivellations finales v_1, v'_1, v''_1 (**23**) des différents biefs ou sas, elles se trouveront, en vertu des relations (u), immédiatement données par les formules

$$(x) \qquad v_1 = \frac{q}{A + B}, \quad v'_1 = \frac{q}{A'}, \quad v''_1 = \frac{q}{A''},$$

où tout est connu d'après nos hypothèses, et qui serviront, au besoin, à régler la fermeture des vannes des siphons, par les procédés très-simples déjà indiqués au précédent Rapport, de même que les équations (v), (m) et (s) serviront à régler, par des procédés analogues, l'ouverture des mêmes vannes, quels que soient les changements absolus de niveau survenus dans les canaux ou biefs extrêmes. Les capacités de ces canaux sont d'ailleurs supposées, sinon infinies, du moins très-grandes par rapport à celles des biefs ou sas A', A'' qu'ils alimentent directement et qui constituent proprement, avec le sas intermédiaire ou principal A, le système d'écluses que le flotteur doit faire fonctionner, ou dont il doit faire franchir les chutes successives H', H et H'', aux bateaux venant d'aval ou d'amont; de sorte que, à moins de circonstances étrangères, les changements de niveaux dont il s'agit ne deviendront sensibles qu'au bout d'une série de passages ou d'éclusées consécutives.

» **29.** Cette discussion montre, au surplus, clairement la relation intime qui lie entre elles les diverses quantités q, V_1, Q'_1, Q''_1, v, v'_1, v''_1, h'_1, h''_1, h'_0, h''_0, et comment, lorsque l'appareil se trouvera convenablement établi,

l'éclusier deviendra le maître de faire varier, à sa volonté, la vitesse du caisson flottant, en changeant la perte ou la consommation d'eau par éclusée, et *vice versâ.* Elle laisse, en outre, apercevoir que rien ne fixe, indépendamment des diamètres D′ et D″ des siphons, les valeurs absolues des charges motrices h'_1, h''_1, h'_0, h''_0, dont l'une, au moins, h'_0 par exemple, reste complétement indéterminée ou arbitraire, lors même que l'on suppose la perte d'eau q, ou la vitesse du régime V_1 du caisson, données à priori.

» On tire en effet, de l'ensemble des équations de condition (j), (q), (r) et (x), par voie d'élimination, les seules formules

$$(y)\quad \begin{cases} h''_1=\dfrac{(k-k_1)q}{2ik(k+k_1)(A+B)}+\dfrac{1}{k}h'_0=\dfrac{(k-k_1)(B+A+A')}{2kk_1A'(B+A)}q+\dfrac{1}{k}h'_0, \quad h'_1=\dfrac{k_1q}{i(k+k_1)(B+A)}-h'_0=\dfrac{B+A+A'}{A'(B+A)}q-h'_0, \\ h''_0=\dfrac{q}{2ik(B+A)}-\dfrac{1}{k}h'_0=\dfrac{(k+k_1)(B+A+A')}{2kk_1A'(B+A)}q-\dfrac{1}{k}h'_0, \end{cases}$$

propres à déterminer h''_1, h'_1 et h''_0 en fonction de q, sans rien supposer relativement à la grandeur des diamètres des siphons, dont la fixation est ainsi entièrement subordonnée à celles de q et de h'_0, ou réciproquement.

» Mais, avant de nous occuper de cette fixation des diamètres, il est nécessaire, au préalable, de s'assurer que les valeurs de h'_0, q ou V_1 demeurent véritablement arbitraires et constantes, ou peuvent être considérées comme à peu près indépendantes des variations de la chute totale du système d'écluses auquel l'appareil doit être appliqué.

» **30.** *Conditions relatives à la variabilité des niveaux extrêmes.* — Afin de découvrir ces conditions, nous ferons remarquer que, si les charges motrices initiales ou finales h'_1, h''_1, h'_0, h''_0 se trouvaient une fois fixées, ainsi que les diamètres, de manière à satisfaire aux conditions précédentes, il deviendrait facile, au moyen de nos équations, d'en déduire les valeurs des diverses autres quantités constantes ou variables qui importent à la solution du problème.

» Remplaçant, en effet, dans les équations (c), (d) et suivantes (n° **15**), les variables qui y entrent par celles qui leur correspondent (**13**), à la fin de la descente du caisson, on en tirera successivement

$$(z)\quad \begin{cases} x'_1=\dfrac{A'}{A'+B'}(y_1+h'_0-h'_1), \quad x''_1=\dfrac{A''}{A''+B''}(y_1+h''_0-h''_1), \quad z_1=\dfrac{B}{A}y_1, \\ z'_1=\dfrac{B'}{A'}x'_1=\dfrac{B'}{A'+B'}(y_1+h'_0-h'_1), \quad z''_1=\dfrac{B''}{A''}x''_1=\dfrac{B''}{A''+B''}(y_1+h''_0-h''_1); \end{cases}$$

expressions dans lesquelles on peut prendre indifféremment, d'après les équations (j), (r) et (s) des nos **15** et **23**,

$$h''_0 - h''_1 = -\frac{1}{k}(h'_0 - h'_1) = \frac{2(h'_1 - k_1 h''_1)}{k + k_1} = -\frac{2(h'_0 - k_1 h''_0)}{k + k_1} = \frac{k_1}{ik(k+k_1)}\frac{q}{(B+A)} - \frac{2}{k}h'_0 \text{ etc.,}$$

et qui, pour être calculées, exigent que les valeurs de y_1 soient, au préalable, déterminées d'après une nouvelle et dernière condition relative à la hauteur entière H, de la chute que l'appareil flottant doit faire franchir aux bateaux; hauteur équivalente à la somme des chutes partielles $\text{H}, \text{H}', \text{H}''$, jusqu'ici demeurées également inconnues, et qui constituent véritablement, avec les aires A, A', A'' des sas, les données principales du problème.

» On aurait ainsi, pour calculer y_1, l'équation

$$\text{H} = \text{H} + \text{H}' + \text{H}'' = z_1 + z'_1 + z''_1 + v_1 + v'_1 + v''_1,$$

ou, en substituant aux lettres les valeurs qu'elles représentent (**28** et **30**),

$$(a')\quad \left\{ \begin{aligned} \text{H} &= \left(\frac{B}{A} + \frac{B'}{A'+B'} + \frac{B''}{A''+B''}\right)y_1 + \left(1 + \frac{A+B}{A'} + \frac{A+B}{A''}\right)\frac{q}{A+B} \\ &\quad + \frac{B'}{A'+B'}(h'_0 - h'_1) + \frac{B''}{A''+B''}(h''_0 - h''_1). \end{aligned} \right.$$

» **31**. Le coefficient de y_1, dans cette équation, jouant un rôle tout particulier dans la question qui nous occupe, nous croyons, avant d'aller plus loin, devoir nous arrêter quelques instants pour prouver que sa valeur est, dans tous les cas possibles, très-voisine de l'unité, et lui serait même rigoureusement égale, en vertu de l'équation (i), si l'on pouvait négliger la différence, toujours très-petite, qui existe entre les sections intérieures B', B'' et la section extérieure B, commune aux compartiments du caisson.

» Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à réduire l'expression de ce coefficient, diminué de l'unité, au même dénominateur et développer, ce qui donne

$$\frac{B}{A} + \frac{B'}{A'+B'} + \frac{B''}{A''+B''} - 1 = \frac{BB'B'' + AB'B'' + A'BB'' + A''BB' + A'A''B - AA'A''}{A(A'+B')(A''+B'')}.$$

Opérant d'une manière analogue sur les deux membres de l'équation (i), on en tirera

$$\frac{BB'B'' + AB'B'' + A'BB'' + A''BB' + A'A''B - AA'A''}{A(A'+B')(A''+B'')} = -\frac{A'(A''+B'')(B-B') + A''(A'+B')(B-B'')}{B(A'+B')(A''+B'')},$$

et par conséquent,

$$\frac{B}{A}+\frac{B'}{A'+B'}+\frac{B''}{A''+B''}=1-\frac{A'(A''+B'')(B-B')+A''(A'+B')(B-B'')}{B(A'+B')(A''+B'')};$$

ce qui justifie la proposition énoncée.

» **32.** Les autres termes qui entrent dans l'expression (a') de H, contenant en facteurs, les quantités q, $h'_0-h'_1$, $h''_0-h''_1$, toujours très-petites par hypothèse, il en résulte que l'amplitude de la montée ou de la descente du caisson différera généralement très-peu de la hauteur de la chute totale des sas accolés, ou de la somme des chutes partielles H, H', H''.

» Posant, pour abréger,

$$(b')\quad\left\{\begin{aligned}&\frac{B}{A}+\frac{B'}{A'+B'}+\frac{B''}{A''+B''}=1-\frac{A'(A''+B'')(B-B')+A''(A'+B')(B-B')}{B(A'+B')(A''+B'')}=\frac{1}{M},\\&\left(1+\frac{A+B}{A'}+\frac{A+B}{A''}\right)\frac{q}{A+B}+\frac{B'}{A'+B'}(h'_0-h'_1)+\frac{B''}{A''+B''}(h''_0-h''_1)=N,\end{aligned}\right.$$

quantités dont la première est un nombre très-voisin de l'unité et la deuxième une longueur toujours très-petite d'après les conditions du problème, l'équation (a') donnera finalement, pour calculer y_1,

$$(c')\qquad y_1=MH-MN=M(H-N).$$

» **33.** Cette expression fournit un second moyen (**28**), fort simple, pour régler la marche du flotteur dans la supposition où les quantités très-petites $\frac{q}{A+B}$, h'_0, h''_0, h'_1, h''_1 devraient rester constantes ou les mêmes, malgré les variations de la chute H. Car elle indique que les variations correspondantes de l'amplitude y_1 de la course du caisson, leur demeurent exactement proportionnelles; ce qui permettra de fixer, à l'avance et pour les différentes hauteurs de chute fournies par des échelles graduées, la position qu'il convient de donner aux mentonnets des leviers à déclic, qui, dans le système adopté par M. Girard, servent à opérer la fermeture des vannes de siphons vers la fin de la montée ou de la descente du caisson.

» D'un autre côté, le dernier terme MN de l'expression (c') étant, comme on vient de le remarquer, en lui-même très-faible et comme négligeable vis-à-vis du premier, qui reste proportionnel à la chute totale des écluses, il s'ensuit que la même proportionnalité aura lieu aussi, à très-peu près, soit à l'égard des quantités z_1, x'_1, z''_1, x''_1, qui se déduisent immédiatement de y_1, soit

à l'égard des chutes partielles H, H', H'', données plus explicitement par les formules

$$(d')\left\{\begin{array}{l} H = z_1 + v_1 = \frac{B}{A} y_1 + \frac{q}{A+B}, \qquad H' = z'_1 + v'_1 = \frac{B'}{A'+B'} y_1 + \frac{B'}{A'+B'}(h'_0 - h'_1) + \frac{q}{A'}, \\ H'' = z''_1 + v''_1 = \frac{B''}{A''+B''} y_1 + \frac{B''}{A''+B''}(h''_0 - h''_1) + \frac{q}{A''}. \end{array}\right.$$

» **34**. Lorsque les écluses se trouveront toutes construites, et les chutes H, H', H'' par conséquent données à l'avance, il faudra chercher à satisfaire à ces équations qui remplacent l'équation unique (c'), moyennant une détermination convenable des quantités y_1, B et A dont, on doit se le rappeler, la dernière comprend l'aire du vide existant dans le puits, autour du caisson, vide qui reste entièrement arbitraire. Mais, comme on a, de plus, l'équation de condition (i), n° **15**, c'est-à-dire quatre équations pour trois inconnues, le problème deviendrait impossible, du moins dans le cas de trois sas accolés, s'il n'arrivait fort heureusement que, dans les écluses existantes, les chutes partielles des sas fussent à très-peu près les mêmes, aussi bien que leurs sections horizontales. Il en résulte, en effet, que les équations (d'), réduites à deux en vertu de cette égalité, ne sauraient, dès lors, offrir aucune incompatibilité entre elles.

» **35**. La chute totale H, étant d'ailleurs susceptible de varier aux différentes époques de l'année, et par le fait seul de la répétition des éclusées ou passages, il en résulte que toutes les autres grandeurs dépendantes de cette chute se trouveront dans le même cas; ce qui semblerait rendre impossible l'application d'un caisson unique à toutes les circonstances qui peuvent se présenter en pratique. Mais on obvie à cette difficulté de la manière la plus simple et la plus heureuse, dans le système de M. Girard, en fixant les dimensions verticales du caisson et du puits qui le reçoit, d'après le maximum de la valeur que peut recevoir H dans chaque localité, et en se laissant la faculté d'introduire au besoin, dans le compartiment inférieur du caisson, une certaine quantité d'eau variable avec H, et qui sert, en quelque sorte, à compenser l'affaiblissement survenu dans la chute totale.

» Pour mettre en complète évidence les relations qui lient entre elles les diverses grandeurs qui sont ainsi susceptibles de varier avec la hauteur de cette chute, nous nommerons, en général,

E', e' les épaisseurs réduites de cette tranche d'eau initiale et du fond qui la supporte;

x′ la hauteur du compartiment inférieur, mesurée entre les dessus de ses deux fonds;

j' le jeu, l'intervalle compris entre le fond supérieur de ce compartiment et le niveau de l'eau qu'il renferme, à la fin de la descente du caisson;

E″, e'', x″, j'' les mêmes quantités relatives au compartiment supérieur;

E'_m, j'_m, j''_m enfin, les valeurs que doivent prendre les variables correspondantes lorsque la hauteur de chute H acquiert son maximum H_m.

» 36. Considérant, en particulier, ce qui arrive à l'instant où le caisson, parvenu en haut de sa course, commence à descendre, on établira sans difficulté, pour une chute quelconque H, les équations de condition

$$x' = E' + x'_1 + j' + e'',$$
$$x' = E' - E'' + \text{H} + \text{H}'' + h'_0 - h''_0 = E' - E'' + H - \text{H}' + h'_0 - h''_0,$$

relatives au compartiment inférieur, et les équations

$$x'' = E'' + x''_1 + j'',$$
$$x' = E' - E'' + \text{H} + \text{H}' + h''_0 - h'_0 + x'_1 - x''_1 = E' - E'' + H - \text{H}'' + h''_0 - h'_0 + x'_1 - x''_1,$$

relatives, l'une, au compartiment supérieur, l'autre, au compartiment inférieur quand il se relève.

» On arrivera, d'ailleurs, à des équations équivalentes, soit que l'on considère l'instant qui précède immédiatement l'ouverture des vannes des siphons, ou celui qui précède immédiatement leur fermeture.

» 37. Les trois premières de ces équations donneront, pour calculer les valeurs des inconnues ou variables j', j'', E′, lorsque x′, x″ et E″ auront été déterminés, une fois pour toutes, d'après la considération de ce qui arrive lors du maximum H_m de la chute totale, auquel correspond évidemment le maximum même de x′ et x″,

$$(e') \quad \left\{ \begin{array}{l} j' = x' - E' - x'_1 - e'', \qquad j'' = x'' - E'' - x''_1, \\ E' = E'' + x' - H + \text{H}' - h'_0 + h''_0. \end{array} \right.$$

» Quant à la quatrième, si on la compare avec la seconde, on reconnaîtra qu'elle lui est, au fond, identique en vertu de nos primitives équations (j) et (r), ou (y) et (z), de sorte qu'elle ne fournit aucune condition nouvelle et indépendante entre les quantités h'_0, h'_1, h''_0, etc.

» 38. Les équations analogues relatives au maximum de chute H_m, donnent immédiatement, si l'on suppose toujours que ces mêmes quantités con-

servent des valeurs constantes, malgré les variations de H,

$$(f')\quad \begin{cases} x' = E'_m + x'_m + j'_m + e'', & x'' = E'' + x''_m + j''_m, \\ x' = E'_m - E'' + H_m - H'_m + h'_0 - h''_0; \end{cases}$$

en laissant également de côté la quatrième équation identique à la seconde, et en observant que rien ne s'oppose à ce que l'épaisseur E″ de la tranche d'eau initiale du compartiment supérieur soit supposée constante, pourvu qu'on lui conserve, d'ailleurs, une valeur arbitraire, dont on indiquera ci-après les conditions.

» En substituant à H'_m, x'_m et x''_m les valeurs qui se déduisent des équations (z), (c') et (d') quand on y remplace H', H, x'_1, x''_1 et y_1 par H_m, H_m, x'_m, x''_m et y_m, elles permettront de fixer celles de x' et x'', pourvu que l'on ait égard à l'équation de condition

$$(g')\quad j''' = H_m - E'' - e'' - H'_m - x'_m + h'_0 - h''_0 = (1 - M)H_m + MN - \frac{q}{A'} - E'' - e'' + h'_1 - h''_0,$$

déduite des précédentes, lorsqu'il s'agira de régler le jeu maximum j'_m du compartiment inférieur du caisson, jeu qui, on le voit, n'est point entièrement arbitraire ou indépendant des autres données du problème.

» **39.** Maintenant si l'on remplace, dans les formules (e'), x' et x'' par leurs valeurs ci-dessus, elles deviendront, en vertu des équations (z), (c') et (d') appliquées, comme on l'a dit, au maximum de chute H_m,

$$(h')\quad \begin{cases} j' = j'_m + (M - 1)(H_m - H), \qquad j'' = j''_m + \dfrac{A''}{A'' + B''} M (H_m - H), \\ \qquad\qquad E' = E'_m + \left(1 - \dfrac{B'}{A' + B'} M\right)(H_m - H). \end{cases}$$

» L'extrême simplicité de ces expressions, qui ne dépendent que des variations de la chute totale H des écluses, fournirait au besoin un dernier moyen de régler la manœuvre de l'appareil, si l'observation directe de j', j'' et E' ne présentait quelques difficultés pratiques, que l'on évite entièrement en se servant des procédés décrits dans le Rapport, et déjà rappelés ci-dessus (**28** et **33**).

» **40.** Avant d'arrêter d'une manière définitive les valeurs des constantes E'_m, E'', j''_m, etc., qui fixent les dimensions verticales de l'appareil flottant, il faudra satisfaire à l'équation de condition $P_0 = \Pi B y_0$, relative (**14**) à l'équilibre hydrostatique qui a lieu avant l'ouverture des vannes, produisant la

descente du caisson. P désignant, en effet, le poids des parties matérielles et constitutives de ce caisson, on aura, à l'instant dont il s'agit,

$$P_0 = P + \Pi B' E' + \Pi B'' E'', \qquad y_0 = h'_0 + E' + e',$$

et partant

$$(i')\quad \begin{cases} h'_0 = \dfrac{P}{\Pi B} + \dfrac{B''}{B} E'' - e' - \dfrac{(B - B')}{B} E' \\ \quad = \dfrac{P}{\Pi B} + \dfrac{B''}{B} E'' - e' - \dfrac{(B - B')}{B} E'_m - \dfrac{(B - B')}{B}\left(1 - \dfrac{B'}{A' + B'} M\right)(H_m - H), \end{cases}$$

en remplaçant E' par la valeur générale (h') que nous lui avons trouvée ci-dessus.

» **41**. Contrairement à nos hypothèses, cette relation ferait dépendre la valeur de h'_0 de la variation $H_m - H$ de la chute totale, si P et E'' devaient rester complétement invariables; mais, outre que le dispositif des contre-poids guides, servant de lest au caisson, laisserait une grande latitude à cet égard, on pourra encore resserrer les valeurs du terme qui contient cette variation, entre des limites, pour ainsi dire, aussi petites qu'on le voudra, soit en construisant, comme le propose M. Girard, le caisson en tôle mince renforcée par des supports en fonte, évidés et communiquant librement, vers leurs extrémités, avec les capacités intérieures des compartiments respectifs, soit en disposant verticalement, dans le compartiment supérieur, des tubes vides qui, tout en établissant une libre communication entre l'air extérieur et la capacité du compartiment inférieur, serviront à compenser l'espace occupé, dans celui-ci, par les supports dont il vient d'être parlé, ainsi que par les manchons ou fourreaux qui livrent passage aux siphons venant des biefs d'aval et d'amont.

» Si l'on détermine, d'ailleurs, les constantes P et E'', qui entrent dans l'équation (i'), d'après l'hypothèse où H y serait remplacé par sa moyenne valeur, les écarts provenant du terme en $H_m - H$ se réduiront, même pour des variations de niveau et des différences de sections $B - B'$ assez fortes, à des fractions de millimètre dont on peut, sans inconvénient, négliger la considération dans la question présente.

» **42**. Il résulte de là et de ce qui précède, que la charge initiale h'_0 peut recevoir une valeur à peu près arbitraire et constante sous les différentes hauteurs de chute H, de manière à lui faire remplir toute autre condition qu'on voudrait lui imposer. Donc aussi (**21** et **29**) les quantités q, V_1, h''_0, h'_1

et h''_1 conserveront des valeurs à peu près indépendantes des variations de cette chute, selon nos primitives hypothèses.

» D'un autre côté, les valeurs (y) de ces trois dernières quantités, substituées dans les formules ou équations (f'), (g') et (h'), feront dépendre les valeurs des autres constantes x′, x″, j'_m, E″, P, etc., de celles que l'on aura choisies en particulier pour h'_0; mais cela ne suffira pas pour les fixer entièrement, et l'on restera maître de donner à E'_m, E″, j_m, telle grandeur que l'on voudra.

» A la rigueur, ces dernières quantités pourraient être supposées entièrement nulles, en vue de diminuer le plus possible la hauteur des compartiments du caisson; mais il conviendra de leur attribuer une valeur de plusieurs centimètres, soit afin d'abréger la durée du temps nécessaire à l'introduction ou à l'évacuation des premières ou des dernières tranches d'eau, aux instants qui suivent ou précèdent immédiatement l'ouverture et la fermeture des vannes de siphons et qui correspondent à la position la plus élevée du caisson; soit afin d'empêcher que l'eau ne franchisse les rebords du compartiment supérieur, ne choque le fond intermédiaire, etc., lors des légers devers ou des oscillations que pourrait prendre le caisson. Rien n'empêche, par exemple, de supposer E″=E′=0^{m},05 et j''_m=0^{m},03, pourvu, toujours, que l'on attribue à j'_m et à P des valeurs qui satisfassent aux équations (g') et (i'). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Note sur les modules principaux des fonctions; par* M. **Augustin Cauchy.**

« Soit

$$x = re^{p\sqrt{-1}}$$

une variable imaginaire, dont r désigne le module, et p l'argument. Soit encore

$$\mathrm{f}(x) = \mathrm{f}(re^{p\sqrt{-1}})$$

une fonction de la variable x, qui reste continue avec sa dérivée du premier ordre, par rapport à r et à p, pour des valeurs du module r très-voisines d'un certain module x. Enfin, soit R le module de la fonction

$$\mathrm{f}(re^{p\sqrt{-1}}).$$

Si dans cette fonction l'on fait varier seulement l'argument p, R acquerra des

valeurs diverses, parmi lesquelles se trouveront des *maxima* et *minima* correspondants aux valeurs de p, qui vérifieront la condition

$$D_p R = 0. \tag{1}$$

Soit $\mathcal{R}$ le plus grand des *maxima* ou le *maximum maximorum* de R, considéré comme fonction de p; $\mathcal{R}$ sera une fonction de la seule variable r; et, pour la valeur x du module r, $\mathcal{R}$ acquerra une valeur déterminée. Supposons maintenant que, r venant à croître à partir de la valeur x, la fonction $\mathcal{R}$ diminue. On aura

$$D_r \mathcal{R} < 0. \tag{2}$$

D'ailleurs, $\mathcal{R}$ est ce que devient R, quand on y suppose p réduit à une fonction de r, déterminée par la formule (1); et, comme on aura, dans cette supposition,

$$D_r \mathcal{R} = D_r R + D_p R \, D_r p,$$

par conséquent, eu égard à la formule (1),

$$D_r \mathcal{R} = D_r R; \tag{3}$$

il est clair qu'à la condition (2) on pourra substituer la suivante

$$D_r R < 0. \tag{4}$$

» Concevons à présent que, le module r croissant toujours, la fonction R ne cesse pas d'être finie et continue. Le *maximum maximorum* de R, relatif à l'argument p, c'est-à-dire la fonction de r, désignée par $\mathcal{R}$, ne pourra cesser de décroître, pour croître ensuite, qu'après avoir atteint une valeur *minimum*. Cette valeur minimum sera ce que j'appellerai un *module principal* de la fonction f(x). D'ailleurs, ce module principal étant tout à la fois un *maximum* de R, considéré comme fonction de p, et un *minimum* de $\mathcal{R}$, répondra généralement à des valeurs de r et p qui vérifieront les conditions

$$D_p R = 0, \quad D_r \mathcal{R} = 0, \tag{5}$$

$$D_p^2 R < 0, \quad D_r^2 \mathcal{R} > 0. \tag{6}$$

Ajoutons que de la formule (3), jointe à l'équation (1), on tirera

$$D_r^2 \mathcal{R} = D_r^2 R - \frac{(D_p D_r R)^2}{D_p^2 R},$$

et qu'en vertu de cette dernière équation, jointe à la formule (3), on pourra réduire les conditions (5), (6) aux suivantes

$$(7)\qquad \mathrm{D}_p R = 0, \qquad \mathrm{D}_r R = 0,$$

$$(8)\qquad \mathrm{D}_p^2 R < 0, \qquad \mathrm{D}_r^2 R - \frac{(\mathrm{D}_p \mathrm{D}_r R)^2}{\mathrm{D}_p^2 R} > 0.$$

Il y a plus : si l'on nomme

$$s \quad \text{et} \quad S$$

les logarithmes népériens des modules

$$r \quad \text{et} \quad R,$$

en sorte qu'on ait

$$(9)\qquad r = e^s, \qquad R = e^S,$$

il est clair que s croîtra indéfiniment avec r, et S avec R. Il en résulte qu'en considérant R', non plus comme une fonction de r et p, mais comme une fonction de s et p, on pourra substituer aux formules (1) et (4) les conditions

$$(10)\qquad \mathrm{D}_p S = 0, \qquad \mathrm{D}_s S < 0,$$

et aux formules (7), (8) les suivantes

$$(11)\qquad \mathrm{D}_p S = 0, \qquad \mathrm{D}_s S = 0,$$

$$(12)\qquad \mathrm{D}_p S < 0, \qquad \mathrm{D}_s^2 S - \frac{(\mathrm{D}_p \mathrm{D}_s S)^2}{\mathrm{D}_p^2 S} > 0.$$

Il nous reste à faire voir que, pour décider si les formules (9), (11) ou (12) sont ou ne sont pas vérifiées, il suffit de recourir à la seule considération de la fonction $f(x)$ et de ses dérivées du premier et du second ordre, prises par rapport à la variable x.

» Si l'on nomme P l'argument de $f(x)$, en sorte qu'on ait

$$(13)\qquad f(x) = R e^{P\sqrt{-1}},$$

les valeurs de x, $f(x)$, exprimées en fonction de s, p, S, P, seront

$$(14)\qquad x = e^{s+p\sqrt{-1}}, \qquad f(x) = e^{S+P\sqrt{-1}}.$$

Donc, si l'on considère x, S, P comme des fonctions de s, p, et, si l'on pose pour abréger

$$f'(x) = D_x f(x), \qquad f''(x) = D_x^2 f(x),$$

on trouvera, non-seulement

$$D_p x = x\sqrt{-1}, \qquad D_s x = x,$$

$$D_p^2 x = -x, \qquad D_p D_s x = x\sqrt{-1}, \qquad D_s^2 x = x,$$

mais encore

(15) $$D_p(S+P\sqrt{-1}) = \sqrt{-1}\, D_s(S+P\sqrt{-1}),$$

(16) $$D_p^2(S+P\sqrt{-1}) = \sqrt{-1}\, D_p D_s(S+P\sqrt{-1}) = -D_s^2(S+P\sqrt{-1}),$$

les valeurs de $D_s(S+P\sqrt{-1})$, $D_s^2(S+P\sqrt{-1})$ étant

(17) $$D_s(S+P\sqrt{-1}) = \frac{x\,f'(x)}{f(x)}, \qquad D_s^2(S+P\sqrt{-1}) = x\, D_x \frac{x\,f'(x)}{f(x)};$$

et, par suite,

(18) $$\left\{\begin{array}{l} D_p S = -D_s P, \quad D_p P = D_s S, \\ D_p^2 S = -D_p D_s P = -D_s^2 S, \quad D_p^2 P = D_p D_s S = -D_s^2 P. \end{array}\right.$$

Or, comme on tire des équations (17) et (18)

$$\frac{x\,f'(x)}{f(x)} = D_s S - D_p S\sqrt{-1},$$

et

$$D_s^2 S = -D_p^2 S,$$

les formules (11) pourront être évidemment réduites à la seule formule

(19) $$\frac{x\,f'(x)}{f(x)} = 0,$$

et les conditions (12) à la seule condition

(20) $$D_p^2 S < 0,$$

puisqu'en supposant la condition (20) vérifiée, on aura

$$\mathrm{D}_s^2 S - \frac{(\mathrm{D}_p \mathrm{D}_s S)^2}{\mathrm{D}_p^2 S} = - \mathrm{D}_p^2 S \left[1 + \left(\frac{\mathrm{D}_p \mathrm{D}_s S}{\mathrm{D}_p S} \right)^2 \right] > 0.$$

On doit observer, en outre, 1° que dans l'équation (19) on peut laisser de côté la racine

$$x = 0,$$

à laquelle correspondrait une valeur nulle de $\mathrm{D}_p^2 S$; 2° qu'on pourra omettre pareillement le diviseur $\mathrm{f}(x)$, si, comme nous l'avons supposé, on se borne à faire varier le module r, entre des limites telles que la fonction $\mathrm{f}(x)$ ne cesse pas d'être continue. On pourra donc alors réduire l'équation (19) à celle-ci :

$$\mathrm{f}'(x) = 0. \tag{21}$$

Ajoutons qu'en vertu des formules (15), (16) et (17), les conditions (10) se réduiront évidemment à ce que la valeur du produit

$$\frac{x\,\mathrm{f}'(x)}{\mathrm{f}(x)} \tag{22}$$

soit réelle, mais négative, et la condition (20) à ce que la partie réelle du produit

$$x\,\mathrm{D}_x \frac{x\,\mathrm{f}'(x)}{\mathrm{f}(x)} \tag{23}$$

reste positive. Remarquons enfin que, dans le cas où l'équation (21) se vérifie, l'expression (23) peut être réduite au produit

$$\frac{x^2\,\mathrm{f}''(x)}{\mathrm{f}(x)}.$$

Cela posé, on pourra évidemment énoncer la proposition suivante :

» *Théorème.* Soient

$$x = r e^{p\sqrt{-1}}$$

une variable imaginaire, dont r désigne le module; et $\mathrm{f}(x)$ une fonction de la variable (x), qui reste continue avec sa dérivée du premier ordre, dans le voisinage d'une valeur particulière x attribuée au module r. Soient

encore R le module de la fonction $f(x)$, et $\mathfrak{R}$ le *maximum maximorum* de R, considérée comme fonction de la seule variable p. Enfin, supposons que, le module r venant à croître à partir de la valeur x, sans que la fonction $f(x)$ cesse d'être continue, le module $\mathfrak{R}$ commence par décroître, pour croître ensuite. Non-seulement la valeur de p, à laquelle correspondra le module $\mathfrak{R}$, donnera pour le produit

$$\frac{x\, f'(x)}{f(x)}$$

une valeur réelle qui, d'abord négative, finira par changer de signe, en passant par zéro; mais, de plus, ce changement de signe aura précisément lieu à l'instant où le module $\mathfrak{R}$, devenant un *minimum*, sera réduit à ce que nous appelons un *module principal* de la fonction $f(x)$; et alors la valeur de x, en vérifiant l'équation

$$f'(x) = 0,$$

rendra généralement positive la partie réelle du produit

$$\frac{x^2 f''(x)}{f(x)}.$$

Ajoutons que, réciproquement, si ces deux conditions sont vérifiées, pour une valeur donnée de x, la valeur correspondante de R sera un module principal de $f(x)$.

» *Corollaire* 1er. Nous avons ici considéré le cas général où la partie réelle de $f''(x)$ ne s'évanouit pas pour une valeur de x qui vérifie l'équation

$$f'(x) = 0.$$

Dans le cas contraire, pour décider si un module principal de la fonction $f(x)$ correspond à la valeur trouvée de x, on ne pourrait plus se borner à la seule considération de la fonction $f(x)$ et de ses dérivées du premier et du second ordre. Il faudrait, comme dans la théorie ordinaire des maxima et minima, faire encore entrer en ligne de compte les dérivées d'un ordre supérieur au second, ou du moins la première de celles qui ne se réduiraient pas à zéro.

» *Corollaire* 2e. Pour montrer une application très-simple du théorème ci-dessus énoncé, posons

$$f(x) = x^{-n} e^{x},$$

n étant un nombre quelconque. Dans ce cas, l'équation (19) ou (21), réduite à la formule

$$x - n = 0,$$

offrira une seule racine finie, savoir,

$$x = n.$$

Comme on aura d'ailleurs

$$\frac{x^2 \, \text{f}''(x)}{\text{f}(x)} = n > 0;$$

on conclura du théorème ci-dessus énoncé que la fonction

$$x^{-n} e^x$$

admet un seul module principal, qui se confond avec la valeur *minimum* calculée pour le cas où la variable x reste réelle. Ce module principal, correspondant à la valeur n de x, se trouve représenté par le produit

$$n^{-n} e^n. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les approximations des fonctions de très-grands nombres; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« La théorie nouvelle et générale que je vais établir repose, comme je l'ai déjà dit dans la dernière séance, sur la considération de la série simple qu'on obtient quand on développe une fonction d'une seule variable suivant les puissances entières de l'argument de cette variable. Après avoir montré dans le premier paragraphe qu'on peut faire servir ce développement à la détermination du terme constant ou même d'un terme quelconque de la série simple qui représente la même fonction développée suivant les puissances entières du module, j'examine les conséquences importantes qui se déduisent de cette vérité pour l'approximation des fonctions de très-grands nombres; et je prouve en particulier que la détermination approximative d'une fonction qui renferme un facteur élevé à une très-haute puissance peut être généralement ramenée à la détermination du module principal de ce facteur. Il y a plus: je fais voir comment on peut développer de telles fonctions en séries rapidement convergentes, qui permettent de les calculer avec une exactitude aussi grande que l'on voudra. Parmi les résultats auxquels je suis ainsi parvenu, il en est un surtout qui paraît digne de remarque, et que je vais immédiatement énoncer.

» Soit $F(x)$ une fonction de (x), qui renferme un facteur élevé à une très-haute puissance, en sorte qu'on ait

$$F(x) = \mathfrak{X}^n f(x),$$

n désignant un très-grand nombre, et $\mathfrak{X}$ étant lui-même fonction de x. Supposons d'ailleurs que la fonction $F(x)$ reste continue avec sa dérivée du premier ordre, pour tout module de x qui ne dépasse pas une certaine limite supérieure a, ni une certaine limite inférieure $\mathrm{a}_{,}$. Supposons encore qu'une certaine valeur k de x offre un module x compris entre ces limites, et qu'à cette valeur corresponde un module principal de la fonction $\mathfrak{X}$. Enfin, nommons a la valeur particulière du produit

$$\frac{1}{2}\,\frac{x^2\,\mathfrak{X}''}{\mathfrak{X}},$$

correspondante à $x = k$, et A le terme indépendant de la variable x dans le développement de $F(x)$ suivant les puissances entières de cette variable. Si les logarithmes népériens des rapports

$$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{x}},\ \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{a}_{,}}$$

surpassent tous deux le nombre

$$\pi = 3{,}14159265\ldots,$$

on aura

$$A = e^{-nD_n}\,\frac{F\left[ke^{\left(\frac{D_n}{a}\right)^{\frac{1}{2}}}\right] + F\left[ke^{-\left(\frac{D_n}{a}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]}{2\pi} \int_0^{\pi} e^{-anp^2}\,dp,$$

la lettre caractéristique D_n indiquant une différentiation relative à n, et les facteurs symboliques devant être remplacés par leurs développements suivant les puissances entières de D_n. Ajoutons qu'à ces mêmes développements correspondra un développement très-convergent de A, qui renfermera la seule transcendante

$$\int_0^{\pi} e^{-anp^2}\,dp = \frac{1}{\sqrt{an}} \int_0^{\pi\sqrt{an}} e^{-p^2}\,dp,$$

et qui, pour de très-grandes valeurs de n, se réduira sensiblement à son premier terme, c'est-à-dire à la moitié du rapport

$$\frac{F(k)}{\sqrt{n\pi a}}.$$

Ce n'est pas tout; la moitié de ce rapport représentera encore, à très-peu près, la valeur de A correspondante à de grandes valeurs de n, dans le cas même où les logarithmes népériens des quantités $\frac{a}{x}$, $\frac{x}{a_{,}}$ ne seront pas l'un et l'autre supérieurs au nombre π.

» Dans le second et le troisième paragraphes, j'applique la nouvelle théorie à la solution de divers problèmes, et à l'établissement des formules générales à l'aide desquelles on détermine facilement les perturbations d'un ordre élevé dans les mouvements des corps célestes. »

Nota. La suite de ce Mémoire, que l'abondance des matières et le défaut de temps n'a pas permis d'imprimer en entier, paraîtra dans le prochain *Compte rendu.*

OPTIQUE. — *Mémoire sur la théorie de la vision; par* M. STURM.

« Le mécanisme de la vision et les procédés que la nature emploie pour donner à l'œil la faculté de voir nettement les objets placés à différentes distances sont encore un sujet de controverse entre les physiciens et les physiologistes. Il serait inutile de rappeler toutes les explications et les hypothèses souvent contradictoires qui ont été proposées à ce sujet, pour modifier la théorie fondamentale de Kepler. Les belles expériences du docteur Young ont mis hors de doute l'invariabilité de forme de la cornée transparente, et conséquemment celle du globe de l'œil, comme aussi l'impossibilité d'un déplacement appréciable du cristallin; mais l'opinion qu'il a adoptée sur le changement de courbure et la contraction musculaire du cristallin n'a pas paru aussi bien motivée.

» La diminution d'ouverture de la pupille doit sans doute arrêter les rayons trop divergents, mais ne suffit pas pour rendre la vision distincte à des distances très-inégales.

» Le professeur Mile (*Journal de Physiologie* de M. Magendie, t. VI) fait dépendre cette propriété de deux causes qu'on ne saurait admettre: la diffraction que, suivant lui, les rayons éprouveraient en rasant le bord de la pupille, et un changement de courbure de la cornée qui accompagnerait la contraction de l'iris.

» Parmi les travaux récents dont la vision a été l'objet, il faut distinguer les recherches expérimentales de M. de Haldat, correspondant de l'Académie. Après avoir confirmé par des observations nouvelles l'invariabilité de courbure de la cornée, et la structure composée du cristallin, il a constaté, par

des expériences précises et variées, que le cristallin séparé du reste de l'œil et employé comme objectif de chambre obscure, possède à lui seul la faculté de réunir au même point les rayons lumineux envoyés par des objets placés à des distances différentes. Un cristallin fixé dans un tube et tourné vers des objets extérieurs situés dans la même direction, les uns à 3 et 4 décimètres, les autres à 20 et à 30 mètres, lui a donné des images d'une égale pureté sur un verre dépoli placé en arrière à une certaine distance du cristallin. Cette propriété du cristallin à l'état d'inertie le distingue tout à fait de nos lentilles artificielles, et mérite d'autant plus notre attention qu'elle semble en opposition avec les lois ordinaires de la dioptrique. M. de Haldat a fait aussi, avec l'œil entier convenablement préparé, des expériences non moins remarquables qui ont confirmé la propriété spéciale qu'il attribue au cristallin; mais il n'en a pas donné l'explication théorique (1).

» Je crois pouvoir rendre raison de l'action du cristallin et des autres parties de l'œil par des considérations géométriques très-simples, que j'ai indiquées depuis longtemps à quelques personnes. Si la théorie que je propose ne résout pas complétement les difficultés relatives à l'ajustement de l'œil, elle aura du moins l'avantage de les diminuer notablement; car, en ayant égard à mes remarques, on n'aura plus besoin de supposer dans l'œil les mouvements internes et les changements de forme trop considérables qu'exigent les autres théories.

» Je pose d'abord en fait, que l'œil ne doit pas être assimilé d'une manière absolue à une chambre obscure ou à un système de lentilles homogènes et sphériques juxtaposées sur un même axe : le cristallin en particulier ne doit pas être traité comme une lentille sphérique homogène. Quoique les docteurs Young, Chossat, Krause et d'autres physiologistes aient reconnu que les courbures des milieux de l'œil ne sont pas sphériques, on a toujours supposé l'œil doué des propriétés focales qui n'appartiennent qu'aux lentilles sphériques, en admettant sans examen que les rayons émanés d'un point et réfractés dans l'œil selon les lois ordinaires de la réfraction, doivent former au fond de l'œil un foyer unique, comme dans le cas où ces rayons auraient traversé des verres sphériques bien centrés. Pour faire comprendre par un exemple simple l'erreur d'une telle supposition, imaginons un œil qui serait composé d'une seule substance homogène terminée par un segment d'ellipsoïde ayant son grand axe dirigé suivant l'axe de la pupille, son axe moyen horizontal et

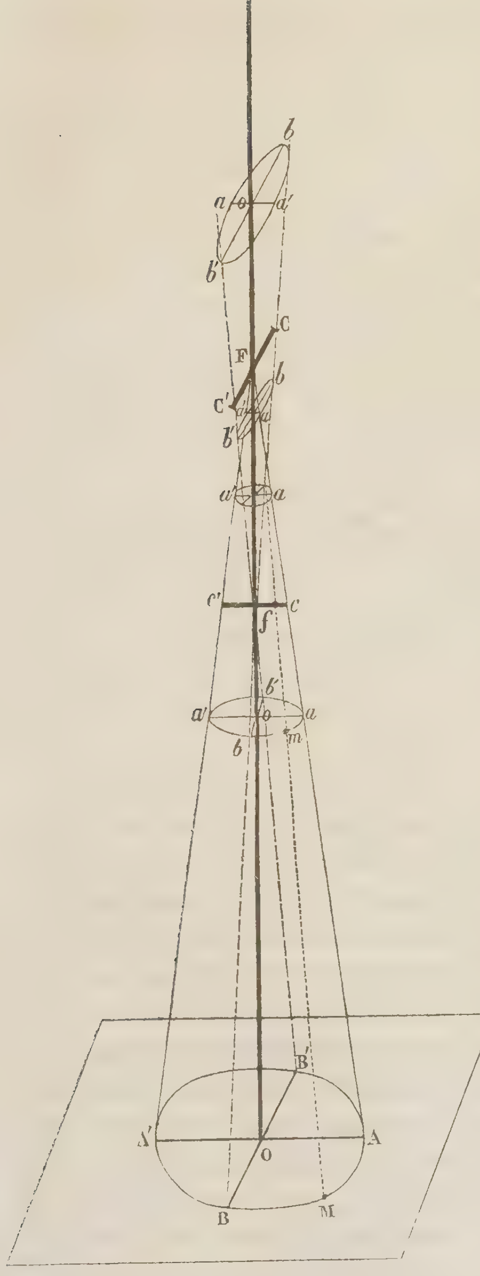
(1) Je ne discute pas ici l'hypothèse que M. Forbes a communiquée récemment à l'Académie, et que M. de Haldat a combattue dans une Note qui n'a pu paraître dans le *Compte rendu*.

son petit axe vertical. Un petit faisceau de rayons partant d'un point situé sur le prolongement du grand axe et traversant la pupille, ne pourra pas, après la réfraction, converger en un foyer unique, et, si la pupille est large, il ne formera pas une surface caustique qui soit de révolution autour du grand axe. Car les rayons dirigés très-près du grand axe dans le plan de la section horizontale de l'ellipsoïde se réfractent comme s'ils tombaient sur le cercle osculateur de cette section au sommet du grand axe, et vont se réunir sur ce grand axe en un certain foyer; tandis que les rayons dirigés dans la section verticale qui a au sommet une courbure plus forte, vont concourir sur le même grand axe en un autre foyer plus rapproché du sommet. Quant aux rayons voisins situés hors de ces deux plans, ils ne rencontrent pas le grand axe après la réfraction (c'est-à-dire que leur plus courte distance à ce grand axe n'est pas une fraction infiniment petite de la distance du point d'incidence à ce même axe).

» La marche des rayons réfractés serait encore moins régulière si les rayons émanaient d'un point situé hors de l'axe et tombaient sur une autre partie de l'ellipsoïde.

» Pour rentrer dans la réalité, on doit considérer l'œil comme composé de plusieurs milieux réfringents séparés par des surfaces qui ne sont pas exactement sphériques ni même de révolution ou symétriques autour d'un axe commun. Il paraît alors difficile, au premier abord, de déterminer la forme que prendra un faisceau très-mince de rayons homogènes émanés d'un point lumineux, après avoir subi des réfractions à travers tous ces milieux. Heureusement, cette forme est assujettie à une loi générale et constante qui se déduit d'un théorème bien connu, donné d'abord par Malus pour le cas d'une seule réfraction, et démontré ensuite par M. Dupin, puis par d'autres géomètres, pour un nombre quelconque de réfractions. En voici l'énoncé : Lorsque des rayons partant d'un point lumineux éprouvent des réfractions en traversant différents milieux séparés par des surfaces quelconques, ces rayons, après leur dernière réfraction, sont toujours normaux à une certaine surface (et par conséquent aussi à une suite de surfaces dont deux quelconques interceptent sur tous ces rayons une même longueur).

» En partant de ce principe, auquel on est aussi conduit par la théorie des ondulations, on peut étudier la forme qu'affecte, après la dernière réfraction, un faisceau très-mince de rayons qui traversent un diaphragme d'une très-petite ouverture, ayant son plan perpendiculaire au rayon qui passe par son centre. (Sur la figure, où les dimensions sont fort exagérées, ce diaphragme a la forme d'un cercle.)



» Voici les résultats qu'on déduit du calcul. Il y a deux plans ZOX, ZOY, perpendiculaires entre eux, qui contiennent les rayons infiniment voisins du rayon central OZ susceptibles de le couper. Les rayons dirigés dans le plan ZOX coupent le rayon central OZ en un certain point F; les rayons dirigés dans le plan ZOY coupent OZ en un autre point *f*. Ces deux points de rencontre F et *f* appartiennent à la surface caustique formée par les intersections successives des rayons réfractés, surface qui a, en général, deux nappes distinctes. On peut appeler ces deux points F et *f* *les deux foyers* du faisceau infiniment petit dont le rayon central est OZ, et la droite F*f* *l'intervalle focal* de ce faisceau.

» Les deux plans ZOX, ZOY coupent le diaphragme suivant deux diamètres AOA′, BOB′, perpendiculaires entre eux. Menons des points A, A′ au point F les droites indéfinies AF, A′F, et des points B, B′ au point *f* les droites B*f*, B′*f*. Par le point *f* menons dans le plan ZOX la droite *cfc′* parallèle à AA′ et comprise entre AF et A′F. Menons aussi par le point F dans le plan ZOY la droite CFC′ parallèle à BB′, et comprise entre les lignes B*f* et B′*f* prolongées. Ces deux droites *cfc′* et CFC′ ont des directions perpendiculaires entre elles et à OZ.

» Cela posé, le rayon qui passe par un point M, pris dans l'intérieur ou sur le contour du diaphragme, est assujetti à rencontrer les deux droites fixes *cfc′* et CFC′; d'où il suit que la surface qui termine le petit faisceau de lu-

mière est une surface gauche engendrée par une ligne droite indéfinie, qui se meut en s'appuyant sur la circonférence du diaphragme et sur les deux droites fixes et limitées cc', CC'.

» Si l'on suppose, pour plus de simplicité, le diaphragme de forme circulaire, tout plan perpendiculaire au rayon central OZ en un point quelconque o différent des points F et f, coupe cette surface gauche ou le faisceau lumineux suivant une ellipse dont les axes aoa', bob' sont parallèles aux diamètres AA', BB' du cercle AB, et compris, le premier, entre les droites AF, A'F, le second, entre les droites Bf, B'f. Mais, quand on mène un plan perpendiculaire à OZ par le point f, la section se réduit simplement à la droite cfc', et de même un plan perpendiculaire à OZ au point F coupe la surface suivant l'autre droite CFC'. Ces deux droites sont deux petits traits brillants sur le papier qui reçoit le faisceau lumineux. Les longueurs de ces deux droites et leur différence, comparées au diamètre AA' du cercle AB, sont d'autant moindres que la distance Of est plus grande et que l'intervalle focal Ff est plus petit; car on a les proportions

$$cc' : AA' :: Ff : OF, \quad CC' : AA' :: Ff : Of,$$

et conséquemment

$$CC' - cc' : cc' :: Ff : Of.$$

» Quand le plan perpendiculaire à OZ, sur lequel tombe la lumière, se meut en s'éloignant du diaphragme AB, les sections qu'il fait dans le faisceau lumineux, ou les portions éclairées, sont une suite d'ellipses dont les deux axes aa', bb' diminuent ensemble, mais non dans le même rapport, jusqu'à ce que le plan mobile vienne passer par le foyer f le plus rapproché du diaphragme. Alors l'axe parallèle à AA' est cc', et l'autre axe devient nul, de sorte que l'ellipse se réduit à la droite cc'. Le plan continuant à s'éloigner du diaphragme, l'axe aa', parallèle à AA', continue à décroître; l'autre axe bb', qui s'était évanoui, commence à croître; la section devient un cercle, lorsque les distances du plan coupant aux deux foyers F et f sont entre elles comme les distances du diaphragme circulaire O à ces mêmes foyers; d'où il suit que lorsque l'intervalle focal Ff est une petite fraction de la distance Of, cette section circulaire est à très-peu près au milieu de l'intervalle Ff, mais toujours plus près de f que de F. Le plan passant au delà de cette position, l'axe aa' continue à diminuer, et bb' à augmenter; de sorte que bb', qui était jusqu'ici le petit axe, devient maintenant le grand axe. Au point F, la

section se réduit à la droite CFC′, car l'axe aa' devient nul, et bb' égal à CC′. Au delà du point F, les sections sont des ellipses dont les deux axes augmentent à la fois indéfiniment.

» L'aire d'une section quelconque ou la portion éclairée est proportionnelle au rectangle des distances de son plan aux deux points F et f; cette aire est donc la plus grande au milieu de l'intervalle focal Ff.

» On voit par là que le faisceau lumineux est beaucoup plus condensé autour de l'intervalle focal Ff, et même un peu en deçà et au delà, que partout ailleurs; car, près des points F et f, s'il est dilaté dans un sens, il est rétréci dans un autre, d'où résulte une sorte de compensation. Le faisceau ne deviendrait exactement ou sensiblement conique qu'autant que les deux foyers F, f coïncideraient ou seraient extrêmement rapprochés l'un de l'autre. C'est un cas exceptionnel, qui ne peut arriver que dans des conditions très-particulières.

» Toutes les circonstances que je viens de décrire se vérifient par des expériences faciles.

» Il suffit, par exemple, de faire passer dans une chambre noire, à travers un très-petit trou percé dans un écran, un faisceau de lumière homogène qui tombe sur un sphéroïde de verre ou sur une petite fiole contenant un liquide, et offrant une surface courbe irrégulière dont on recouvre la partie postérieure avec un papier percé d'un petit trou d'une forme arbitraire. Les rayons qui sortent par cette petite ouverture, après être entrés par celle de l'écran, sont ceux qui émanent d'une particule du corps lumineux assez petite pour pouvoir être considérée comme un simple point. En recevant dans l'obscurité le faisceau émergent sur un papier blanc qu'on éloignera graduellement, on reconnaîtra la forme des différentes sections, et particulièrement les deux petits traits lumineux plus ou moins distants l'un de l'autre et dont les directions sont perpendiculaires entre elles. C'est dans l'intervalle focal compris entre ces deux traits que la lumière est plus concentrée et plus vive. On peut voir aussi la forme de tout le faisceau lumineux émergent, en produisant au-dessous une fumée épaisse, dans laquelle ce faisceau apparaît dans toute son étendue. Sa forme variera sans perdre ses caractères généraux, si l'on approche ou si l'on éloigne de l'écran le corps lumineux ou le corps réfringent.

» Le fait que je viens de décrire en détail me paraît applicable à la théorie de la vision.

» On a admis généralement que, pour avoir la vision distincte d'un point lumineux, il fallait que les rayons émanés de ce point vinssent converger, ou

former leur foyer sur la rétine, ou du moins très-près de la rétine. Mais les considérations qui précèdent prouvent, ce me semble, qu'il n'y a pas un foyer ou point de convergence unique. Ce qui existe toujours pour un faisceau très-mince qui a pénétré dans l'humeur vitrée et qui vient rencontrer la rétine, c'est ce que j'ai appelé plus haut l'*intervalle focal Ff*, qui peut être plus ou moins long. Cet intervalle F f ne peut pas être absolument nul dans l'œil, car l'œil offre un assemblage de différents milieux inégalement réfringents (au nombre de trois au moins en négligeant la cornée); et ces milieux sont séparés par des surfaces qui ne sont pas rigoureusement sphériques ni même symétriques par rapport à un axe commun. »

(La suite au prochain *Compte rendu*.)

RAPPORTS.

M. **Serres** continue la lecture, commencée dans la séance précédente, d'un Rapport sur le concours pour le prix extraordinaire concernant la Vaccine.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Note sur la théorie mathématique de la lumière; par* M. **Laurent**. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Cauchy, Liouville, Binet.)

« Les trois équations par lesquelles M. Cauchy représente les mouvements vibratoires de l'éther dans le vide, sont linéaires aux différences partielles et comprennent, en général, un nombre infini de termes; mais ce savant académicien suppose que dans la plupart des cas, il est permis de les réduire à des équations homogènes du second ordre, en admettant que les termes négligés n'apportent que de faibles modifications ou de simples perturbations dans les lois des phénomènes. Ces équations, ainsi simplifiées, comprennent comme cas particulier, celles des mouvements vibratoires des corps solides élastiques. Par conséquent, M. Cauchy admet à priori que *les vibrations lumineuses de l'éther se propagent suivant les mêmes lois générales que les vibrations transversales des corps solides élastiques;* aussi a-t-il adopté pour la lumière la définition de la vitesse de propagation admise dans la théorie de l'élasticité des solides.

» Enfin, l'illustre géomètre que je viens de citer paraît admettre que les

équations qu'il a données sont applicables, lorsqu'elles sont complètes, à tous les mouvements vibratoires de l'éther, quelle que soit la longueur d'ondulation telle qu'il la définit.

» Poisson paraît n'avoir partagé la manière de voir de son confrère sur aucun de ces points.

» Il résulte effectivement de divers passages des Mémoires de Poisson, que ce géomètre ne pensait pas qu'on pût assimiler les vibrations lumineuses aux vibrations transversales des corps solides. Il semble, au contraire, avoir admis que la *fluidité* de l'éther doit nécessairement modifier le point de vue sous lequel il convient d'envisager les mouvements lumineux. Cette opinion serait peut-être motivée jusqu'à un certain point par les considérations suivantes.

» Dans les corps solides, les vibrations à oscillations transversales, qui ne donnent lieu à aucun changement de densité, ne sont dues qu'à la résistance que les éléments éprouvent à glisser les uns sur les autres, et la vitesse de propagation est d'autant plus considérable, que cette résistance est plus grande ou que les corps solides sont plus rigides. Dans les fluides, par leur définition même, la résistance au glissement est nulle ou très-faible. Cependant la vitesse de la lumière est de 28000 myriamètres par seconde, c'est-à-dire qu'il faudrait qu'un corps solide fût incomparablement plus rigide que tous ceux que la nature nous présente, pour que la vitesse de propagation des vibrations transversales fût égale à celle de la lumière. Il semblerait en résulter qu'avant d'assimiler les vibrations lumineuses aux mouvements vibratoires à oscillations transversales des corps solides, il conviendrait de démontrer que dans un milieu matériel, il ne peut se propager de mouvement vibratoire présentant les caractères des mouvements de la lumière qui ne soit nécessairement de la nature des vibrations transversales des solides, c'est-à-dire qui ne soit nécessairement produit par la résistance des éléments au glissement.

» Quoique les idées de Poisson sur la théorie de la lumière soient perdues pour la science, on peut déduire certaines conséquences des dernières paroles de ce géomètre soigneusement recueillies par ses amis. C'est ainsi qu'il résulte des lignes dont l'Académie a fait suivre le Mémoire inachevé sur l'élasticité des corps cristallisés, que Poisson admettait la non-propagation du mouvement dans le sens latéral comme caractère distinctif des vibrations lumineuses. Peut-être trouverait-on, dans un passage du Mémoire que je viens de citer, des motifs suffisants pour admettre que l'illustre académicien n'expliquait pas cette non-propagation en supposant les déplacements ou les

vitesses proportionnels à des exponentielles à exposants réels. Quoi qu'il en soit, je pense que, de la propagation rectiligne de lumière admise par Poisson, on peut conclure que, selon ce géomètre, les déplacements de l'éther dans les phénomènes lumineux sont représentés par des fonctions des coordonnées qui varient, ou du moins qui peuvent varier très-rapidement dans les directions transversales à la direction de propagation, conjecture qui est peut-être confirmée par la remarque qui termine le Mémoire inséré dans le xxe cahier du *Journal de l'École Polytechnique.* Si donc on représente les déplacements par des sommes de sinus ou de cosinus, de manière à pouvoir considérer les vibrations lumineuses comme résultant de la coexistence d'une série de mouvements partiels de la nature de ceux que M. Cauchy désigne sous le nom de *mouvements simples*, on devrait considérer la longueur d'ondulation de ceux-ci, telle que ce géomètre la définit, comme étant ou pouvant être très-petite. Par conséquent, je pense que l'on doit supposer que, selon Poisson, la définition de la longueur d'ondulation de la lumière, et, par suite, la définition de la vitesse de propagation, ne sont pas celles données par son illustre confrère.

» Dans la Note que j'ai l'honneur d'adresser à l'Académie, j'ai indiqué le résultat de mes réflexions sur ces diverses circonstances. M. Cauchy, en réduisant ses équations à des équations homogènes du second ordre, suppose que la longueur d'ondulation, telle qu'il la définit, est *incomparablement supérieure* au rayon d'activité des molécules. J'ai recherché les particularités que présenteraient les mouvements vibratoires si cette longueur d'ondulation était supposée, au contraire, *incomparablement inférieure* au rayon d'activité des molécules. Il résulte évidemment des exemples que je cite, que, dans cette dernière hypothèse, les équations du mouvement ne peuvent, en général, prendre la forme des équations aux différences partielles données par M. Cauchy. Par conséquent, les mouvements vibratoires de cette nature se propagent suivant des lois qui peuvent différer essentiellement des lois de la propagation des vibrations transversales des corps solides. Par exemple, la vitesse de propagation, telle que M. Cauchy la définit, devient très-petite ou insensible, quoique la vitesse de vibration puisse être très-considérable, de façon que les plans des ondes que considère ce géomètre sont, dans ce cas, des surfaces nodales sensiblement fixes. Outre cette particularité, je fais voir qu'il ne peut y avoir propagation appréciable de mouvement *que dans les directions sensiblement parallèles à ces plans.* En général, la vitesse de propagation d'un mouvement vibratoire n'est pas nécessairement celle *des mouvements simples* dans lesquels on peut le concevoir décomposé. Considérons, par exemple, un

mouvement simple unique. Les points dont les déplacements s'évanouissent à un instant donné seront situés sur une série de plans parallèles et équidistants qui diviseront l'espace en tranches d'égale épaisseur. Deux de ces tranches consécutives constituent l'*onde plane* définie par M. Cauchy. Le mouvement est le même dans les diverses ondes consécutives qui se meuvent avec une vitesse uniforme qu'on appelle *la vitesse de propagation* du mouvement simple. Maintenant, concevons un mouvement vibratoire résultant de la superposition de trois mouvements simples se propageant suivant des directions différentes, et supposons qu'à un instant donné on trace les plans qui limitent les ondes relatives à chacun d'entre eux. L'espace sera divisée en une série de rhomboïdes égaux dans l'intérieur desquels le mouvement sera le même. Ces rhomboïdes seront analogues aux tranches ou ondes planes d'un mouvement simple unique. Ils se déplaceront suivant une direction déterminée, avec une vitesse uniforme qui sera la vitesse de propagation du mouvement vibratoire que l'on considère, et qui dépendra non-seulement des vitesses de propagation des ondes planes des mouvements simples, mais aussi des angles sous lesquels ces ondes se coupent.

» Si on suppose, par exemple, que la direction suivant laquelle les rhomboïdes se meuvent soit parallèle à l'axe des x, les déplacements moléculaires seront exprimés par des expressions de la forme

$$f(x-\Omega t, y, z),$$

qui démontre évidemment que la vitesse de translation des rhomboïdes, est ce qu'on doit entendre par vitesse de propagation du mouvement que l'on considère. Ce sont des considérations de cette nature qui portent à supposer qu'effectivement les principes fondamentaux du système des ondulations, n'exigent pas que les définitions de la longueur d'ondulation et de la vitesse de propagation de la lumière soient celles adoptées par M. Cauchy.

» J'ai pris pour exemple un milieu matériel qu'on peut considérer comme formé d'une matière continue, et dans lequel, par conséquent, la résistance des éléments au glissement est supposée insensible. Je fais voir que dans un tel milieu il peut néanmoins se propager des mouvements vibratoires présentant tous les caractères des vibrations lumineuses, c'est-à-dire dans lesquels la composante du mouvement parallèle à la direction de propagation est insensible, les vitesses de vibration et de propagation étant très-considérables. Ces mouvements correspondent précisément à des valeurs insensibles de la longueur d'ondulation définie par M. Cauchy. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Nouvelle Note sur les impressions en couleur obtenues au moyen de la presse typographique ordinaire; par* M. SILBERMANN.

(Renvoi à la Commission des impressions en couleur.)

« Dans sa séance du 8 juillet dernier, j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie des Sciences les premiers essais d'impression en couleur d'après un procédé nouveau. Encouragé par le bienveillant accueil que l'Académie voulut bien faire alors à ces épreuves, je viens aujourd'hui lui présenter quelques autres travaux exécutés par le même procédé qui me paraît destiné à ouvrir à l'art typographique des voies nouvelles, et à lui offrir, par les perfectionnements dont il est susceptible, de nombreuses et d'utiles applications.

» Je regrette vivement que les sacrifices considérables que j'ai été obligé de faire, depuis nombre d'années, pour perfectionner les impressions en couleur et la typographie en général, ne me permettent pas de livrer tous mes procédés à la publicité, avant d'avoir trouvé moi-même, dans leur emploi, un dédommagement pour les déboursés qu'ils m'ont occasionnés; mais, en attendant ce moment, je crois devoir du moins soumettre à l'examen de l'Académie les résultats que je suis parvenu à obtenir. L'approbation de la savante assemblée sera, d'un côté, la plus belle récompense que je puisse ambitionner pour mes travaux, l'encouragement le plus efficace que je puisse recevoir; elle appellera, d'un autre côté, sur les améliorations que j'ai à signaler, l'attention de tous ceux qui s'intéressent au développement de l'art typographique; elle provoquera d'autres essais, peut-être d'autres résultats, et les progrès accomplis deviendront ainsi le point de départ de progrès nouveaux.

» Les épreuves que j'ai l'honneur d'adresser à l'Académie sont de deux sortes : les unes ont été obtenues à l'aide de mon nouveau procédé; les autres sont destinées à venir à l'appui des considérations qui terminent cette Lettre.

» L'épreuve n° 1 a été tirée avec un cliché que la *Fonderie générale* a livré l'année dernière au commerce. Toutes les rentrures, au nombre de *douze,* sont imprimées sans aucune planche gravée et d'après mon nouveau procédé. La plupart des teintes ont été obtenues par simple juxtaposition des couleurs. Les petites irrégularités qu'on peut y découvrir proviennent uniquement de la promptitude qu'on a mise dans l'exécution.

» L'épreuve n° 2 se compose de seize couleurs. Aucune espèce de gravure

n'a servi à ces tirages, qui se distinguent par plusieurs tons fondus que la typographie n'avait, si je ne me trompe, pas encore produits dans les mêmes conditions. On remarquera aussi que les teintes plates n'ont rien de dur, qu'elles pêchent même peut-être par un excès de mollesse; mais ce résultat un peu exagéré a été recherché à dessein, pour faire ressortir jusqu'à quel point il est possible d'éviter la dureté habituelle des tons produits par la presse typographique.

» Dans ce dessin, presque toutes les teintes sont obtenues par superposition. La presse a procédé, comme l'aquarelliste, en teintant successivement et par gradation. Toutes les couleurs foncées sont le résultat de nuances translucides appliquées l'une sur l'autre ; il y en a plusieurs qui se composent de douze à quinze couches superposées, sans que toutefois elles se soient épaissies ou empâtées.

» Enfin, on remarquera la précision qui existe dans les repères, quoique aucun contour ne vienne les limiter; ainsi les points de contact entre les diverses parties qui constituent le dessin, n'offrent presque aucun débord de couleur, et leur périphérie est, à peu près, aussi nette que dans un dessin fait à la main.

» Et pour que messieurs les membres de l'Académie ne puissent pas supposer que ce résultat n'a été obtenu qu'à grand'peine, sur un ou deux exemplaires isolés, j'ai l'honneur de leur en adresser quarante-cinq exemplaires pris au hasard dans une édition que j'aurais pu porter, avec les mêmes résultats, à dix ou vingt mille.

» Je prie chacun de messieurs les membres d'en agréer un exemplaire.

» A cette occasion, qu'il me soit permis de présenter quelques observations sur la *nouvelle invention* qui a été communiquée récemment à l'Académie des Sciences par l'Imprimerie royale, et qui a été officiellement annoncée *comme ayant complétement résolu le problème du coloriage par impression qui occupe la typographie depuis de longues années*.

» Ces observations me sont dictées par le vif désir de contribuer aussi, pour ma faible part, aux progrès d'un genre d'impression qui me semble appelé à rendre dans l'avenir de grands services aux beaux-arts; mais aussi par le besoin que j'éprouve de relever quelques inexactitudes qui se sont glissées dans l'exposé si détaillé qui a été publié au nom de l'Imprimerie royale.

» Je ne doute nullement que cet établissement n'ait constamment en vue de faire faire des progrès à l'art typographique ; que, pouvant disposer de ressources immenses de toute nature, il ne les emploie en grande partie

à des essais que l'industrie particulière ne peut tenter, et qu'à l'exemple des manufactures des Gobelins et de Sèvres, il ne s'efforce de se maintenir toujours au premier rang, et de servir de modèle aux établissements particuliers. Aussi tous les typographes et les lithographes ont dû apprendre avec une bien vive satisfaction que l'Imprimerie royale venait enfin les doter généreusement d'une invention nouvelle qui rendrait accessible à tous l'exécution de la partie encore la plus difficile de l'impression.

» Quant à moi qui m'occupe plus spécialement d'impression en couleur depuis plus de dix ans, et qui ai été honoré, à la dernière Exposition, d'une médaille d'argent pour les tirages polychrômes, j'ai attendu avec une grande impatience la publication de ces procédés. Mais je dois avouer, pour rendre hommage à la vérité, que j'ai été cruellement désappointé; car tous les moyens décrits, sauf un, sont connus depuis longtemps : tous, et d'autres encore dont l'Imprimerie royale n'a pas fait mention, sont employés par les imprimeurs typographes et lithographes qui s'adonnent aux impressions en couleur.

» Ainsi, la bonne confection des presses, l'exactitude des tympans ou châssis, la disposition rigoureusement exacte des planches de rentrures, afin qu'aux tirages leur juxtaposition ne permette aucune solution de continuité, les précautions à prendre pour que les planches ou les pierres soient placées avec une exactitude mathématique sous presse, le choix du papier, son cylindrage énergique, les soins à lui donner pour le maintenir à un degré égal de siccité ou d'humidité, toutes ces règles de détail n'ont rien de nouveau et elles sont depuis longtemps d'un usage journalier dans la pratique.

» Reste donc le seul procédé réellement nouveau, celui relatif aux trous de pointure, qui consiste « à prendre des feuilles de laiton laminé, de l'épais-
» seur de celles qui servent à revêtir les bâtons d'ameublement (je cite
» textuellement) dont les tapissiers font usage; on les divise en petites pla-
» ques de 15 millimètres de longueur sur 5 de largeur; puis, après les avoir
» repliées en deux, dans le sens de leur largeur, on les colle avec de la
» gomme arabique étendue d'eau, mais assez consistante, aux extrémités de
» chaque feuille, où on les laisse bien sécher. On met ces extrémités en con-
» tact, lors du premier tirage, avec les pointes du châssis à repérer, les-
» quelles pointes, pénétrant la feuille ainsi revêtue sur ses deux faces par les
» plaques métalliques, établissent des pointes d'attache permanentes, inva-
» riables dans leur diamètre, s'ajustant à frottement sur les pointures d'une
» manière parfaite et d'une solidité, d'une résistance telles que cinquante
» tirages ne suffiraient pas pour les altérer. »

» Ce procédé est ingénieux, sans doute, et il peut paraître excellent à ceux qui ne connaissent pas la pratique de la typographie. Mais ce n'est malheureusement qu'une théorie séduisante et rien de plus. Comment, en effet, l'appliquer? Où trouver un typographe qui consente à faire l'essai en grand de cette application? Voyez donc, pour un tirage tant soit peu considérable, de 10 000 par exemple, ces bras occupés à couper 20 000 plaques de laiton (car il en faut deux pour chaque feuille) exactement de 15 millimètres de long sur 5 de large, à les replier en deux parties égales, à préparer de la gomme arabique ayant le degré de consistance nécessaire pour bien coller du métal sur du papier, à placer ces plaques à l'endroit rigoureusement indiqué, à les enlever après les tirages, et cela de manière à ne léser en rien le papier, et jugez si le prix de cette main-d'œuvre, aussi habilement faite, ne dépassera pas celui de l'impression!

» Ce n'est pas tout : si du moins, en se résignant à cet énorme sacrifice, on arrivait à un résultat complétement satisfaisant, il est peut-être des cas isolés, des circonstances extraordinaires, dans lesquelles on peut augmenter les frais, ne pas reculer devant la dépense, et où ce procédé pourrait être employé. Mais la pratique démontrerait bientôt que le procédé lui-même est presque impraticable, ou que ses avantages sont purement imaginaires; car si les plaques de laiton ont une certaine épaisseur, il est difficile de les percer par le simple abaissement du tympan ou du châssis, et si elles sont très-minces, la pointure, qui est toujours conique, aura déjà élargi le trou après plusieurs tirages, et le prétendu remède ne remédiera réellement plus à rien.

» Je n'hésite donc pas à dire que ce procédé est impossible en pratique, et j'ajoute même qu'il est inutile, car il y a longtemps déjà qu'on emploie un moyen bien plus simple, qui obvie à l'inconvénient de l'élargissement des trous de pointure par des tirages successifs. Si ce moyen n'est pas encore connu de l'Imprimerie royale, je m'estime heureux de pouvoir le lui communiquer.

» Ainsi, lorsqu'on a plusieurs tirages à faire sur la même feuille de papier, au lieu des deux seules pointures fixées au tympan, on serre de chaque côté de la forme, à l'endroit où les trous de pointure doivent se faire, un ou plusieurs cadrats dans lesquels sont fixées des pointes très-fines, placées à environ 5 millimètres de distance l'une de l'autre. Au premier coup de presse ces pointes percent la feuille; au second tirage on place les pointures ordinaires au tympan et on emploie le premier trou qui aura été fait dans le papier par les petites pointes adaptées dans la forme du premier tirage. Pour le troi-

sième tirage, on emploie le second trou, et ainsi de suite. De cette manière chaque trou ne sert qu'une fois, et il n'y a pas d'élargissement possible.

» A l'appui de cette courte description, j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie une couverture et une feuille de blasons, la première tirée en quatre et la seconde en sept couleurs, où l'on voit de chaque côté les trous de pointure qui n'ont subi aucun élargissement, comme il est facile de s'en convaincre. Ces deux épreuves sont prises dans une édition de 6000 que j'ai fournie à l'une des grandes maisons de librairie de Paris.

» Mais je vais plus loin encore, et je prétends qu'il est très-possible d'employer plusieurs fois le même trou de pointure, sans avoir à craindre aucun élargissement, pourvu qu'on procède avec les précautions convenables. Pour prouver cette assertion jusqu'à l'évidence, j'ai fait tirer une feuille contenant quarante-deux nuances différente et qui, par conséquent, a passé quarante-deux fois sous la presse. Or, ces quarante-deux tirages ont été faits avec six trous de pointure seulement, ainsi qu'on pourra en juger par l'inspection de cette feuille, et l'on verra si les repères en ont souffert ; chaque trou a cependant servi au moins six fois.

» Les plus grandes difficultés ont été réunies et vaincues dans ces tirages. Rien n'offre plus d'obstacle que deux lignes droites parallèles. J'en ai placé vingt-six l'une à côté de l'autre, qui toutes ont été tirées successivement avec le même filet, et je crois que le registre laisse peu à désirer. Il se trouve, de plus, sur cette feuille, quelques vignettes à rentrures et une série de cercles juxtaposés qui ne permettaient pas la moindre déviation. Si, dans ces vignettes et ces cercles, on remarque quelques légères imperfections, elles proviennent beaucoup plutôt de défauts dans les fontes que de l'inexactitude dans le registre. Au milieu de la feuille sont deux tons fondus, réunis par leur côté le plus foncé, et l'on n'y découvrira guère de débord de couleur ou de solution de continuité.

» Ici encore, je prie messieurs les membres de l'Académie d'agréer chacun un exemplaire de cette feuille, afin qu'ils puissent l'examiner à loisir et se persuader que, même sans plaques de laiton, il est possible de faire des rentrures très-justes.

» On voit donc que le moyen que j'indique est simple et facile, et qu'avec son aide le registre n'offre pas de difficultés sérieuses pour un ouvrier attentif et habile; et s'il n'y avait plus d'autres difficultés à vaincre, les tirages en couleur seraient depuis longtemps plus répandus; mais il se présente dans leur exécution tant d'autres obstacles, que les impressions en couleur resteront encore longtemps l'une des parties les plus difficiles de l'art typogra-

phique, celle qui exige les études les plus longues et la persévérance la plus infatigable. »

ZOOLOGIE. — *Recherches sur les animalcules parasites des follicules sébacés et des follicules des poils de la peau de l'homme et du chien; par* M. GRUBY. (Extrait.)

(Commissaires, MM. Milne Edwards, Rayer, Valenciennes.)

« Il y a trois ans que M. Simon, de Berlin (1), physiologiste très-distingué dont la mort est vivement regrettée par la science, a eu l'honneur de communiquer à l'Académie la découverte d'un insecte particulier, siégeant dans les follicules sébacés de la peau de l'homme, et qu'il supposait être la cause de la maladie cutanée nommée *acne sebacea*. Ce fait, aussi remarquable que nouveau, ne pouvait point passer inaperçu. Les anatomistes ont cherché à vérifier cette découverte par des expériences assidues. M. Erasmus Wilson (2), dermatologiste distingué de Londres, M. Vogl de Munich, M. Henle et plusieurs autres, ont retrouvé l'insecte observé par Simon; mais comme aucun de ces auteurs n'a fait des recherches comparatives sur la peau des animaux, j'ai entrepris de nouveau l'étude de cet animal parasite, et ce sont les résultats de mon travail que j'ai l'honneur de soumettre aujourd'hui à l'Académie.

» Il sera divisé ainsi qu'il suit :

I. — *De l'animalcule parasite chez l'homme.*

» Chez l'homme, cet insecte parasite se rencontre plus souvent dans les glandules sébacées de la peau du nez, ainsi que l'a indiqué M. Simon, que dans celles des autres parties du corps. Il occupe le plus ordinairement le conduit excréteur de ces glandules; et quand il y a un poil, c'est autour de ce poil qu'il se place. Sa tête est toujours dirigée vers le fond de la glande, et sa queue vers la surface de la peau; ses pieds sont appliqués contre la paroi interne du conduit excréteur. Le conduit excréteur est ordinairement dilaté à l'endroit où l'animal est logé. Chez les individus jeunes, une glandule n'en contient jamais que deux ou quatre (et toutes n'en contiennent pas). Chez les personnes de vingt-cinq ans, on en voit de *quatre* à *huit* dans une même glandule. Les individus plus âgés en ont quelquefois de dix à vingt dans un

---

(1) Müller, *Archiv.*, 1842.

(2) *Philosophical Transactions*. London, part. II, 1844.

seul de ces organes sécréteurs, et alors on en rencontre dans la plupart des glandes sébacées. On en trouve chez les sujets en bonne santé aussi bien que chez ceux qui sont affectés de maladies internes, de fièvre typhoïde par exemple.

» Dans les endroits où les glandules sébacées contiennent peu de parasites, la peau n'offre aucune altération pathologique. Mais si ces animalcules sont en grand nombre, la peau paraît un peu boursouflée, rugueuse; les vaisseaux sont gorgés de sang; on voit de petits ramuscules vasculaires à sa surface; les points correspondant aux orifices des conduits sébacés sont saillants, et donnent à la peau un aspect pointillé, ainsi qu'on le remarque fréquemment chez les individus qui ont la peau du nez fortement injectée. Si la quantité de ces insectes augmente, le malade éprouve un chatouillement qui l'excite d'une manière impérieuse à se frotter vivement le nez.

» Dans les endroits, au contraire, où il y a peu de ces animalcules, on n'aperçoit aucun symptôme qui puisse accuser leur présence.

» Cet animal parasite existe chez la plupart des individus et à toutes les époques de l'année. *Sur soixante personnes de différentes nations, que j'ai examinées sous ce rapport, je l'ai trouvé quarante fois.* Sur trois cadavres soumis au même examen, un seul n'en contenait pas. (Dans les paragraphes suivants, l'auteur donne la description zoologique et anatomique de ce parasite.)

II. — *De l'animalcule parasite des follicules de la peau chez le chien, et d'une maladie contagieuse occasionnée chez cet animal par la présence d'un grand nombre de ces parasites.*

» Chez le chien qui fait le sujet de cette observation, la peau de la face est dépourvue de poils en plusieurs endroits. Sur les côtés des yeux et de la bouche, et au front, on aperçoit des plaques de 2 à 3 centimètres de diamètre, couvertes de petites croûtes rouges semblables à celles que l'on voit chez les individus affectés de *Prurigo senilis*.

» Au cou, un espace de 5 à 10 centimètres, également dépourvu de poils, est couvert de croûtes brunes de $\frac{1}{4}$ de centimètre à 2 centimètres d'étendue. Les croûtes sont anguleuses, fortement adhérentes. Le derme sous-jacent est gonflé, épaissi; et même, dans certains endroits, le tissu sous-cutané est enflammé. Dans l'épaisseur et à la surface du derme, il existe, en quelques endroits, une liqueur purulente.

» A la région sterno-mastoïdienne gauche, sur les épaules, sur les membres antérieurs et postérieurs, dans divers endroits du tronc, on remarque plusieurs plaques dégarnies de poils et couvertes de petites croûtes. Aux

épaules, ces plaques ont la forme de psoriasis, tant l'épiderme est écailleux et épaissi.

» En examinant au microscope une coupe mince du derme, à l'endroit où il est dépourvu de poils, et à l'endroit où les plaques, également dépourvues de poils, sont encore couvertes d'écailles épidermatiques comme dans l'ichthyose, ou de croûtes semblables à celles des vieux *Lichen agrius,* on voit les canaux des glandes sébacées remplis d'acarus; ils y sont en si grande quantité qu'on ne peut pas même les compter. Dans une poche, j'ai vu de 20 à 200 de ces animalcules; et sur une surface d'un centimètre carré, il y en avait à peu près 80 000.

» Dans les croûtes brunes, en forme d'impétigo ou de lichen impétigineux, on rencontre des globules du sang, des cellules du pus et des animalcules parasites.

» Dans le derme, sous ces croûtes, on découvre du pus rougeâtre, et l'on voit au microscope que ce pus contient des globules du sang, des cellules du pus et des animalcules de différente grandeur.

» En certains endroits, on voit que ces animalcules remplissent l'entonnoir du poil, et qu'ils occupent les deux tiers externes ou superficiels de sa racine. Ils sont logés entre le poil et la paroi interne du follicule pileux.

» Ordinairement l'orifice du conduit excréteur est bouché par une substance solide d'un brun rougeâtre, fortement adhérente aux parois du conduit. C'est ce bouchon qui, en fermant l'entrée du canal, garantit les animalcules des influences extérieures.

» Presque toujours les parasites pénètrent dans le follicule du poil, et ce follicule est toujours dilaté dans l'endroit où ils s'introduisent. Leur nombre est variable: on en voit de dix à cinquante dans un seul crypte. Ils séparent le poil de ses enveloppes, et, lorsqu'ils ont pénétré jusqu'à la racine, le poil détaché tombe par le moindre frottement; avant qu'un second poil se développe, tout le follicule est déjà envahi par les animalcules parasites.

» Les parasites se propagent en *cercle* de *follicule* à *follicule.* On voit alors qu'au centre d'un espace arrondi et dépourvu de poils, les glandules et les cryptes pileux sont surchargés d'insectes, tandis qu'à la périphérie, les poils existent encore en partie; les glandules et les follicules ne contiennent qu'un petit nombre de parasites.

» Les animalcules parasites du chien sont identiques à ceux de l'homme. Il est même probable qu'ils peuvent se communiquer de l'un à l'autre. Il faut donc empêcher soigneusement le contact des chiens affectés de ces insectes, non-

seulement avec des chiens sains, mais même avec l'homme, qui probablement contracterait la même maladie.

» J'ai observé que, lorsque le chien se grattait à l'endroit malade avec les ongles, il détachait non-seulement les poils, mais encore un certain nombre d'animalcules qui étaient fixés à la portion dermique de ces poils.

» Ainsi ces animaux parasites qui existent chez l'homme en santé, produisent, chez les chiens, une maladie très-grave lorsqu'ils sont très-multipliés. »

« M. le professeur **François Zantedeschi** a présenté un Mémoire *sur la Théorie physique des machines magnéto-électriques et électro-magnétiques*, dans lequel il expose les résultats de ses recherches sur les phénomènes électro-magnétiques et magnéto-électriques, et desquels il paraît résulter qu'en raison des phénomènes d'induction qui ont lieu à l'instant où se manifeste et cesse un courant électrique dans un circuit métallique, on ne saurait espérer arriver à les appliquer utilement à la mécanique; le passage suivant, extrait du Mémoire de M. Zantedeschi, montre que l'opinion des physiciens allemands est conforme à cette manière de voir :

« Les physiciens et les mécaniciens qui construisirent en 1844, en Écosse, en Allemagne et en Italie, les nouvelles machines électro-magnétiques destinées à résoudre l'importante question de l'application pratique de l'électromagnétisme à la mécanique, se sont abandonnés aux conclusions abstraites et intégrales, qui ne renfermaient pas toutes les données expérimentales. Les recherches sur la manière la plus avantageuse d'appliquer la force sont à la vérité bien importantes, ainsi que les recherches sur la forme des appareils producteurs de l'électricité, afin que, avec la moindre dépense, on obtienne le plus grand nombre d'effets possible; mais ces recherches ne suffisent pas à la solution du problème; il faut encore connaître la manière d'agir de la force qu'on veut appliquer, les effets engendrés par cette même force, lesquels s'opposent au but que nous voulons atteindre. Les deux premières recherches sont l'objet des études des physiciens des deux mondes; la troisième a été, en général, fort négligée, et pour cette omission, on a redoublé d'efforts sans succès. Il paraît, d'après ce que l'on m'assure dans ma correspondance scientifique privée, que la Commission de savants allemands nommée par la Diète germanique pour examiner la machine de Wagner a pris en considération la nature de la force électro-magnétique, et des effets produits par l'appareil, et a été amenée à conclure qu'on ne devait attendre

aucun bon résultat de l'application de la force électro-magnétique à la mécanique, comparée à celle de la vapeur. »

(Commissaires, MM. Arago, Becquerel, Pouillet.)

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES. — M. **Cauchy** présente à l'Académie, au nom de M. **Briot**, professeur au collége d'Orléans, un travail ayant pour titre : *Mémoire sur les mouvements vibratoires.*

(Commissaires, MM. Cauchy, Libri, Binet.)

MÉCANIQUE. — *Supplément à un précédent Mémoire sur les avantages qu'il y a à utiliser à la fois dans les machines l'action et la réaction de la force employée; par* M. **Paltrineri**.

(Commission précédemment nommée.)

M. **Selligue** adresse une Note ayant pour objet de prouver, contre l'assertion émise dans une Lettre adressée récemment à l'Académie, que les huiles de schiste qu'il fabrique ne contiennent point d'arsenic.

« ... Les schistes que j'exploite dans le département de Saône-et-Loire font partie, dit M. Selligue, d'un terrain houiller et alternent généralement avec des couches de grès houillers et quelques faibles couches d'argile. Les schistes bitumineux contiennent quelquefois des fers sulfurés et presque toujours des oxydes de fer, généralement en bien moins grande quantité que la houille. Je n'ai jamais, dans mes carrières de schiste, qui sont d'une assez grande étendue, trouvé d'autres métaux que le fer sulfuré à l'état d'oxyde. L'arsenic qui, en France, est rare, occupe principalement les terrains primitifs; les terrains que j'exploite ne sont donc pas de nature à en contenir : ni moi ni les minéralogistes de la localité n'en avons trouvé.

» J'extrais en grand et chacun de nos fourneaux distille à la fois 6 mètres cubes de schiste; ils font une distillation et demie par vingt-quatre heures; dans le déchargement et le chargement de chaque fourneau il se passe quarante minutes, et dans les chargements les schistes en fragments arrivent sur des surfaces rouges; il se produit alors un dégagement considérable de vapeurs mêlées d'un peu d'acide sulfureux, quand il existe dans le schiste des pyrites de fer sulfuré. S'il y avait de l'arsenic, tous les éléments nécessaires seraient réunis pour que l'odeur alliacée de l'arsenic fût très-sensible : sa sublimation aurait aussi lieu; mes ouvriers n'y pourraient pas résister vingt-quatre heures, puisqu'ils sont tous dans ces vapeurs environ deux heures sur vingt-quatre;

loin de là, tous ces ouvriers sont bien portants, et il y en a bon nombre qui sont dans mes usines depuis plus de sept ans.

» Enfin que se passerait-il dans mes appareils de distillation des schistes bitumineux, s'il y avait de l'arsenic? Ce métal se trouverait précisément dans les conditions nécessaires pour être recueilli par la voie sèche; et sur une échelle de 6 mètres cubes de schiste, cela devient, pour la plus petite quantité d'arsenic, très-appréciable. Les schistes sont dans des vases clos, ils seraient mélangés de charbon animal et végétal avec l'arsenic qu'on a prétendu que contiennent les schistes, peut-être dans la proportion de 100000 à 1. La température s'élève graduellement jusqu'au rouge, et les tubes qui conduisent les vapeurs sont rafraîchis constamment et fermés hydrauliquement; en conséquence, après chaque distillation, on trouverait l'arsenic sublimé à l'état métallique, dans la partie supérieure de l'appareil, laquelle est assez froide pour cela.

» Ensuite, l'arsenic serait précipité en jaune dans les traitements à froid de l'huile brute, car il entre dans ceux-ci du nitrate de plomb et de l'hydrosulfate; et, après le traitement à froid, cet arsenic ne pourrait passer avec l'huile légère, s'il en restait encore, vu que la distillation des huiles légères a lieu à 130 degrés, et qu'il en faut environ 180 pour que l'arsenic passe. Je crois avoir suffisamment démontré qu'il n'en existe ni dans les huiles brutes ni dans les huiles légères.

» Dans les traitements que l'on peut faire par l'acide sulfurique, principalement avec l'acide obtenu des pyrites, il peut y avoir eu un peu d'arsenic, vu qu'il y a de ces acides qui en contiennent des traces; mais ni moi ni M. Laugier, chimiste qui dirige le traitement des huiles brutes de schiste dans mes usines d'exploitation, n'avons pu y trouver un atome d'arsenic, bien que nous eussions fait chacun séparément l'analyse et du minerai et des huiles... »

(Commission nommée pour la communication de M. Chenot.)

M. Oberhaeuser adresse une réclamation relative à un passage de la Note de M. *Strauss* sur des appareils destinés à la construction des lentilles.

M. Oberhaeuser affirme que les microscopes achromatiques qu'il a construits, d'après un système qui lui est commun avec M. Trécourt, ne présentent rien qui soit dû aux conseils de M. Strauss, et que ces microscopes étaient déjà bien connus des physiciens lorsque le savant anatomiste a cherché à introduire dans la construction de ces instruments, des modifications qu'il

croyait des perfectionnements, mais que les opticiens ne sauraient considérer comme tels.

Cette Lettre est renvoyée à l'examen de la Commission nommée pour la Note de M. Strauss.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre du Commerce et de l'Agriculture** adresse, pour la Bibliothèque, le 53e volume des *Brevets d'invention expirés*, et un *Catalogue des Brevets délivrés en* 1843.

M. **Arago** annonce qu'une nouvelle comète a été découverte à Parme, le 5 février dernier, par M. *Colla,* qu'elle a été découverte à Naples, le 7, par M. Cooper, et que M. Peters en a calculé approximativement les éléments. L'état du ciel n'a pas encore permis de l'observer à Paris.

M. **Arago** annonce également, d'après un journal de la Guyane anglaise, la découverte faite, le 16 décembre 1844, d'une comète qui ne s'est pas encore montrée sur l'horizon de Paris.

PHYSIQUE. — *Nouvelles recherches sur le rayonnement de la chaleur.* (Extrait d'une Lettre de M. **Melloni** à M. *Arago.*)

« Occupé depuis quelque temps à réunir dans un seul corps de doctrine les données relatives à la chaleur rayonnante, éparses dans les Mémoires, les recueils et les ouvrages de physique, je me suis plus d'une fois trouvé dans la nécessité de faire de nouvelles études pour tâcher de remplir certaines lacunes et comprendre les causes de certains phénomènes rapportés par les auteurs comme des faits isolés, sans connexion avec les théories reçues, ou expliqués d'une manière qui me paraissait en contradiction avec les principes bien démontrés de la science. Je vais adresser quelques-unes de ces études à l'Académie. Ce sont de simples essais, qui exigeraient peut-être un travail plus achevé pour acquérir le droit de présentation académique. Mais je réfléchis, d'autre part, que, transmises par vous. . . . . et portées ensuite à la connaissance des savants étrangers par la grande publicité acquise aux *Comptes rendus* de l'Académie, mes remarques et mes expériences, tout imparfaites qu'elles sont, pourront devenir le sujet ou l'occasion de travaux plus complets, et engager les géomètres à reprendre, dans leurs Traités ana-

lytiques de la chaleur, cette partie qui se rapporte à l'irradiation; car, je l'avoue franchement, il me semble qu'en fait de chaleur rayonnante, les mathématiciens ont souvent introduit dans leurs calculs des hypothèses fort hasardées, et quelquefois même inadmissibles. Je persiste donc dans ma résolution, et je prends pour texte de cette première communication les lois que suivent les irradiations calorifiques en sortant des corps chauffés au-dessous de l'incandescence.

» On sait que les quantités de chaleur rayonnées par diverses surfaces, placées exactement dans les mêmes conditions de grandeur et de température, sont très-différentes; en prenant les extrêmes, certaines substances fournissent, en effet, des rayonnements sept à huit fois plus énergiques que d'autres, tout en étant appliquées, en lames minces, sur des parois égales d'un même vase rempli d'eau chaude.

» Cette singulière propriété des corps se trouve rapportée dans tous les Traités de physique comme un fait complétement dénué de théorie. Des expériences bien connues de Leslie et de Rumford avaient cependant mis sur la route qu'il fallait suivre pour arriver à une explication rationnelle du phénomène.

» Rumford prit deux vases parfaitement égaux de cuivre jaune, munis chacun d'un thermomètre; il laissa à l'un des deux vases son brillant métallique, et couvrit successivement la surface extérieure de l'autre, d'abord d'une seule couche de vernis, puis de deux, puis de quatre; il remplit, chaque fois, les deux récipients d'eau à 50 degrés; et, après les avoir suspendus librement au milieu d'une chambre, il observa le temps nécessaire à chacun d'eux pour que la température baissât de 10 degrés. Le vase nu employa toujours 45 minutes; mais le même abaissement de température dans l'autre vase se produisit d'autant plus vite que le nombre de couches de vernis était plus grand; car on eut successivement 31 minutes pour une seule main de vernis, 25′,5 pour deux mains, et 20′,75 pour quatre mains. Comme dans ces trois derniers cas la surface rayonnante était toujours de même nature et de même étendue, Rumford en conclut que les différences observées ne pouvaient guère provenir du contact de l'air, mais qu'elles dérivaient, de toute nécessité, d'un changement dans l'énergie de l'irradiation, qui augmentait avec l'épaisseur du vernis superposé. Or, pour concevoir comment une couche de la même substance, élevée à la même température, rayonne d'autant plus que son épaisseur est plus grande, il faut nécessairement admettre que les rayons ne partent pas seulement de la surface extérieure, mais aussi des points situés à une certaine profondeur au-dessous d'elle. C'est aussi ce

que démontre directement l'expérience suivante, due à Leslie. Au lieu de couvrir les faces latérales d'un vase cubique de différentes substances, on leur donne successivement plusieurs couches de vernis, puis on remplit le cube d'eau chaude, et on mesure, par les procédés connus, le pouvoir rayonnant du cube ainsi préparé. La radiation se trouve d'autant plus intense, que les couches de vernis sont plus nombreuses. Cet effet n'est pas cependant illimité; car, lorsque les couches ajoutées arrivent à former une certaine épaisseur, de nouvelles mains de vernis ne produisent plus aucune augmentation, et le rayonnement se maintient au degré d'énergie qu'il avait atteint au moyen des couches antécédentes. Ici l'expérience parle d'elle-même, et confirme nettement la conclusion de Rumford. Jusqu'à une certaine profondeur les couches inférieures rayonnent à travers les supérieures, et viennent ainsi augmenter la radiation de la surface sur l'instrument thermoscopique. Mais cette profondeur est-elle constante ou change-t-elle avec la nature des corps?

» Pour le savoir, j'ai fait les expériences suivantes : je me suis procuré une solution alcoolique, composée principalement d'ambre, de mastic et de sandaraque, unis à une petite quantité d'oppoponax et de gomme gutte (1). Ce vernis ne devient pas visqueux, comme tant d'autres, par l'action de la moindre chaleur, mais il reste parfaitement sec à une température de 60 à 70 degrés; il est en outre fort coulant, et formé de matières insolubles dans l'eau; conditions nécessaires pour les expériences auxquelles on devait le soumettre.

» $10^{gr},494$ de ce liquide étendus sur une assiette de porcelaine, se réduisirent à $1^{gr},802$ étant bien desséchés. Le poids de l'eau chassée hors d'un flacon plein par l'immersion de cette matière solide, parfaitement débarrassée des moindres bulles d'air, moyennant l'agitation et un séjour prolongé dans le flacon, fut de $1^{gr},690$. La gravité spécifique du vernis desséché était, par conséquent, $\frac{1802}{1690} = 1,066$.

» Cela posé, je pris une certaine quantité du même vernis, que j'introduisis, avec le petit pinceau nécessaire à son usage, dans un autre flacon bouché à l'émeri. Le flacon, le vernis et le pinceau pesaient, ensemble, $31^{gr},76$.

---

(1) Voici la composition exacte de ce vernis : mastic, 40 grammes; succin, 30 grammes; sandaraque, 20 grammes; oppoponax, 15 grammes; gomme gutte, 5 grammes; alcool concentré, 350 grammes. Le mélange se fait à une température douce; on agite fortement, on laisse déposer pendant vingt-quatre heures, et l'on décante.

Je donnai une main de vernis aux quatre parois latérales d'un récipient cubique de cuivre poli, en ayant soin de renfermer soigneusement le pinceau dans le flacon après l'opération. Le vernis étant desséché, je repassai une seconde fois le pinceau sur trois côtés, puis sur deux, puis sur un, de manière que je finis par avoir une main sur la première paroi du cube, deux sur la deuxième, trois sur la troisième, quatre sur la quatrième.

» Le pinceau renfermé dans le flacon avait été expressément choisi d'une grosseur telle, qu'en le retirant, la portion de vernis qu'il retenait naturellement, en vertu de l'imbibition, suffisait pour fournir la quantité nécessaire à l'étendue d'une paroi du cube. On atteignait ainsi facilement la plus grande uniformité dans l'épaisseur des couches superposées, et on réduisait au minimum les pertes dues à l'évaporation du vernis pendant le transport du flacon au cube. Après avoir préparé le récipient cubique comme je viens de le dire, je le remplis d'eau à 60 degrés environ, j'y plongeai un thermomètre, et, lorsque la température fut parvenue à 50 degrés, je tournai successivement chacune des quatre faces du cube contre la pile d'un thermo-multiplicateur, et je fis deux séries d'observations, en allant d'abord de droite à gauche, et en revenant ensuite vers la direction primitive, pour compenser, d'après la méthode bien connue de Coulomb, les différences résultant de l'abaissement de température; différences fort petites d'ailleurs, à cause de l'admirable promptitude des indications de l'instrument thermoscopique employé. Les moyennes de trois séries obtenues d'après ce mode d'expérimentation donnèrent les résultats suivants :

Parois du vase......	1	2	3	4
Couches de vernis...	1	2	3	4
Rayonnements......	9,3	13,9	17,8	21,3

» Ces mesures prises, je réduisis les trois premières faces dans le même état que la quatrième, en les portant chacune à quatre mains de vernis; puis j'en appliquai une de plus sur la seconde, deux sur la troisième, quatre sur la quatrième. Le cube ainsi préparé donna

Parois du vase.....	1	2	3	4
Couches de vernis..	4	5	6	7
Rayonnements.....	21,3	24,5	27,4	29,9

La première observation de cette seconde série, répétée dans les mêmes circonstances de distance, de température, etc., que la dernière observation de la série précédente, donna, à très-peu près, la même indication thermos-

copique ; cependant il restait toujours une petite différence, que l'on a fait disparaître en adoptant la valeur exacte et en réduisant proportionnellement les trois autres membres de la série.

» En continuant l'opération, j'obtins successivement plusieurs résultats analogues, qui, réunis aux précédents, me fournirent le tableau suivant :

Nombre de couches..	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Rayonnements.	9,3	13,9	17,8	21,3	24 5	27,4	29,9	32,2	34,1	35,8
Différences....		4,6	3,9	3,5	3,2	2,9	2,5	2,3	1,9	1,7

Nombre de couches..	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
Rayonnements.	37,2	38,5	39,6	40,3	40,8	40,9	40,9	40,8	40,6
Différences....	1,4	1,3	1,1	0,7	0,5	0,1	0,0	—0,1	—0,2

» Les différences entre l'un et l'autre rayonnement montrent que l'effet s'est constamment augmenté selon une série décroissante avec le nombre des couches superposées de vernis jusqu'à la seizième couche, qui était en conséquence la dernière dont l'action rayonnante parvînt directement à l'extérieur (*).

(*) Ayant prié M. Padula, professeur de mathématiques à l'École royale Polytechnique de Naples, de vouloir bien examiner si ces relations entre l'épaisseur de la couche de vernis et l'intensité du rayonnement ne seraient pas liées entre elles par quelque loi simple, j'ai reçu en réponse une Note, que je m'empresse de transcrire littéralement ici :

Pour trouver une fonction fx qui, pour les valeurs $x = 1, = 2, = \ldots = 16$ de la variable x, soit respectivement égale aux nombres

9,3; 13,9; 17,8; 21,3; 24,5; 27,4; 29,9; 32,2; 34,1; 35,8; 37,2; 38,5; 39,6; 40,3; 40,8; 40,9;

et qui, pour toute valeur plus grande que 16, soit toujours égale à 40,9, nous observerons que, quelle que soit cette fonction, on pourra la mettre sous la forme $40,9 - \varphi x . \psi x$, où φx est une fonction discontinue, qui de $x = 0$ jusqu'à $x = 16$ est égale à l'unité, et de $x = 16$ à $x = \infty$ est égale à zéro ; et ψx une fonction qui, lorsqu'on suppose $x = 1, = 2, = \ldots = 16$, devient successivement

(A) 31,6; 27; 23,1; 19,6; 16,4; 13,5; 11; 8,7; 6,8; 5,1 ; 3,7 ; 2,4; 1,3 ; 0,6; 0,1; 0.

Ne pouvant exposer ici les détails des calculs, nous nous bornerons à indiquer les résultats. Premièrement, pour la fonction φx, on a

$$\varphi x = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \cos \alpha x \sin 16\alpha \,,$$

π représentant le rapport du diamètre à la circonférence, α une variable qui disparaît après l'intégration.

La fonction ψx peut être représentée par la fonction $0,1378 (x - 16)^2$, qui répond suffisamment, pour les valeurs de la variable x indiquées ci-dessus, aux nombres de la série (A).

» Les observations terminées, je trouvai que le poids du flacon était réduit à $27^{gr},41$. Les soixante-dix couches liquides que, d'après le procédé indiqué tout à l'heure, on avait dû étendre sur les quatre parois du cube pour arriver à en accumuler dix-neuf sur la dernière, pesaient donc $31,76 - 27,41 = 4^{gr},35$.

En effet, elle devient successivement

31,005; 27,009; 23,288; 19,843; 16,674; 13,78; 11,162; 8,819; 6,752; 4,961; 3,445; 2,205; 1,24; 0,551; 0,138; 0;

et les différences entre ces valeurs et les termes de la série (A) sont

0,595; —0,009; —0,188; —0,243; —0,274; —0,28; —0,162; —0,119; 0,048; 0,139; 0,255; 0,06; 0,195; 0,049; —0,038; 0.

Lorsque $x = 0$, la fonction $0,1378\,(x - 16)^2$ se réduit à 35,277; et, par conséquent, $f(0) = 4,723$. Ce nombre doit indiquer la mesure de la chaleur rayonnée par la surface nue du métal. En se bornant à ce degré d'approximation, on peut établir la formule générale

$$(B)\qquad fx = b' - \frac{2\,(b' - b)}{\pi\, a^2}\,(x - a)^2 \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha} \cos \alpha x \sin a\alpha,$$

où b, b' sont les valeurs minimum et maximum de la chaleur rayonnée, et a l'épaisseur des couches superposées de vernis à la surface du métal, après laquelle la chaleur rayonnée devient constante. Dans le cas dont il s'agit, on a $a = 16$, $b = 4,723$, $b' = 40,9$. La fonction fx indiquée par la formule (B), pour toutes les valeurs de x comprises entre les limites 0 et a, exprime l'ordonnée d'une parabole du deuxième degré, et, lorsque $x > 16$, représente l'ordonnée d'une ligne droite parallèle à l'axe des abscisses.

Si l'on voulait une approximation plus grande, on pourrait supposer

$$\psi x = 0,0001\,(16 - x)^2\,(3x^2 - 31x + 1435),$$

qui donne des résultats dont les différences avec ceux de la série (A) sont respectivement

—0,057; —0,146; —0,036; 0,03; 0,002; —0,07; —0,036; —0,126; —0,055; —0,03; 0,058; 0,008; —0,085; —0,036; —0,064; 0.

Enfin, en supposant que la valeur de x, après laquelle le rayonnement devient constant, au lieu d'être égale à 16, soit égale à 15,985, on trouve que la fonction

$$\psi x = 0,0001\,(15,985 - x)^2\,(3x^2 - 31x + 1434)$$

s'accorde d'une manière très-satisfaisante avec les résultats donnés par l'expérience. Effectivement, on en déduit des valeurs dont voici les différences avec les termes de la série (A) :

0,028; —0,068; —0,034; 0,094; 0,061; —0,019; —0,012; —0,086; —0,021; 0; —0,082; 0,028; —0,07; —0,026; —0,058; 0.

Or, $10^{gr},494$ s'étant réduits par le dessèchement à $1^{gr},802$, les soixante-dix couches desséchées devaient peser $\frac{4,35}{10,494}.1,802 = 0^{gr},747$; ce qui donne, pour le poids des seize couches nécessaires pour porter le rayonnement au *maximum*, $\frac{16}{70}.0,747 = 0^{gr},1707$.

» Mais la gravité spécifique du vernis sec étant 1,066, et la surface d'où cette substance rayonnait $39^{\text{cent. carrés}},69$, le vernis devait former sur la paroi rayonnante une couche d'une épaisseur égale à $\frac{0,1707}{1,066.39,69} = 0^{\text{millim}},043455$.

» Maintenant ce même cube, recouvert des soixante-dix couches de vernis, qui donnait par toutes ses faces latérales le *maximum* d'irradiation, fut laissé dans cet état sur l'une de ses faces, et doré sur les trois autres; opération très-facile à exécuter avec la plus grande précision, en posant chacune des parois à dorer sur un carré plus large d'or battu, et en pressant doucement le vase contre la feuille d'or, qui reste alors adhérente au vernis, lisse et sans le moindre pli. Les épaisseurs des feuilles appliquées contre les trois parois du cube, calculées d'après la gravité spécifique, le poids et la surface de l'or, étaient

$0^{\text{millim.}},00206$, $\quad 0^{\text{millim.}},00412$, $\quad 0^{\text{millim.}},00824$.

» Le récipient, ainsi préparé et rempli d'eau chaude, fut posé sur son soutien, et tourné de manière à présenter successivement ses quatre faces au corps thermoscopique. L'index de l'instrument, qui marquait encore de 40 à 41 degrés lorsque le corps thermoscopique se trouvait sous l'action de la paroi vernie, ne donnait qu'une force rayonnante de 4°,5 environ lorsque la paroi vernie était remplacée par la première paroi dorée; *et cette indication ne changeait plus, en tournant contre le thermoscope les deux autres parois dorées du cube*. La dorure la plus mince avait donc déjà atteint, et peut-être dépassé, la limite d'épaisseur nécessaire pour porter au *maximum* l'irradiation de la surface métallique. Ainsi, dans l'or, les rayons ne proviennent pas, bien certainement, d'une profondeur plus grande que $\frac{2}{1000}$ de millimètre. *Le vernis, qui envoie au dehors des rayons calorifiques jusque de la profondeur de $\frac{44}{1000}$ environ de millimètre, a donc une limite vingt-deux fois plus reculée.* Il est donc tout naturel que l'or donne beaucoup moins de chaleur que le vernis; car on pourrait presque dire que la couche rayonnante de l'or étant égale à l'unité, le vernis rayonne par vingt-deux couches superposées. Il est vrai que les couches inférieures doivent produire moins

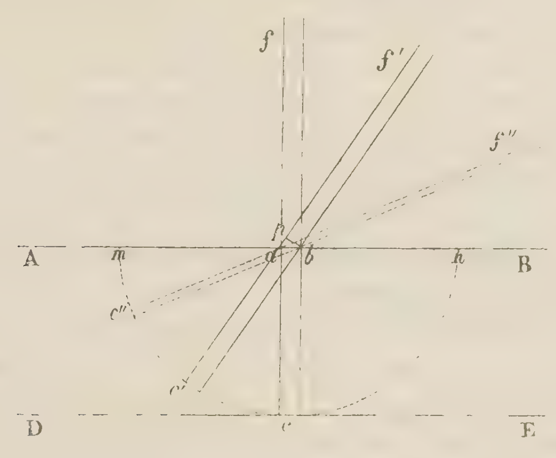
d'effet que les couches superficielles, puisque leurs radiations traversent le vernis surjacent, où elles perdent nécessairement, par l'absorption, une partie considérable de leur intensité ; et l'expérience nous l'a prouvé tout à l'heure par la série décroissante de l'excès de pouvoir émissif résultant de l'application successive des couches de vernis; mais, comme le rapport entre les deux limites relatives au vernis et à l'or est beaucoup plus divergent que celui de leurs puissances émissives, on comprend aisément que la moindre action des couches inférieures peut être compensée par la supériorité du nombre.

» En considérant la diaphanéité des vernis et l'opacité de l'or, on est d'abord tenté d'attribuer à la transparence la différence entre les profondeurs d'où la chaleur rayonnante provient dans ces deux substances. Mais cette opinion ne saurait se soutenir lorsqu'on veut appliquer les mêmes considérations des limites du rayonnement aux pouvoirs émissifs des autres substances, attendu que le noir de fumée rayonne autant, et peut-être plus, que les corps les plus transparents. Et il ne faudrait pas voir dans ce fait une objection à notre théorie ; car on peut se convaincre aisément que le noir de fumée possède, de même que le vernis, la propriété de rayonner à l'extérieur, d'une profondeur considérable au-dessous de la surface. A cet effet, il faut répéter avec la fumée d'une bougie des opérations analogues à celles décrites tantôt à l'égard du vernis; c'est-à-dire qu'il faut faire passer la flamme de la bougie une fois sur toutes les parois du cube, puis une seconde fois sur trois, une troisième fois sur deux, une quatrième fois sur une, et ainsi de suite, en reprenant de nouveau les quatre faces ; et présenter successivement les parois noircies à la pile thermoscopique lorsque le vase est rempli d'eau chaude. On sera tout étonné de voir les nombreuses manipulations de cette nature auxquelles on sera obligé d'avoir recours, afin d'obtenir le *maximum* de pouvoir émissif. En tenant la paroi du vase légèrement inclinée à l'horizon, et en la faisant aller et venir d'un bout à l'autre, toujours plongée jusqu'à la moitié de la flamme, de manière que celle-ci décrive par bandes parallèles toute sa largeur, on trouve qu'il faut la recouvrir de vingt-cinq à trente fois, et appliquer par conséquent autant de couches de noir de fumée avant d'atteindre le *maximum* d'effet. L'irradiation du noir de fumée provient donc, tout aussi bien que celle du vernis, non-seulement de la surface, mais d'une épaisseur considérable au-dessous : et cela ne paraîtra guère extraordinaire aujourd'hui que l'on est parvenu à démontrer la transmission immédiate et rayonnante de la chaleur à travers différents corps complétement opaques.

» La notion du rayonnement des points situés au-dessous de la surface avait

été déjà employée par Fourier dans sa démonstration théorique de la loi du sinus de l'inclinaison.

» Lorsque la paroi rayonnante du cube plein d'eau chaude, au lieu d'être perpendiculaire, se trouve placée obliquement, l'expérience prouve que l'intensité du rayonnement est égale à celle de sa projection selon la normale à la direction du corps thermoscopique; en sorte que l'action oblique d'un élément du corps rayonnant est à son action perpendiculaire, comme l'unité au sinus de l'angle d'inclinaison. Or, d'après Fourier, cette loi est une conséquence nécessaire de la propriété que possèdent les corps de rayonner d'une certaine profondeur au-dessous de la surface.



» En effet, soit AB la surface du corps rayonnant. L'expérience nous a appris qu'outre les points situés en AB, ceux qui sont placés au-dessous, jusqu'à une certaine profondeur, rayonnent aussi à l'extérieur, et viennent mêler leurs irradiations à celles vibrées par la pointe superficielle. Supposons que DE représente la limite au delà de laquelle les rayonnements des points intérieurs de la masse n'arrivent plus à traverser la surface AB. Comme la chaleur rayonnante est rapidement absorbée dans l'intérieur du corps, et que l'espace à franchir augmente à mesure que l'on s'éloigne de AB, il est clair que la quantité de chaleur vibrée à l'extérieur sera d'autant plus petite que le point rayonnant s'approchera davantage de DE. Cependant cette propagation aura toujours lieu en ligne droite tout autour des différents points compris entre AB et DE.

» Cela bien entendu, prenons un élément superficiel du corps, ou pour mieux dire, une bande infinitième ab de la surface rayonnante. Du centre de cet élément, et avec un rayon égal à la distance entre AB et DE, décrivons un hémi-

sphère $mc''c'cn$ au-dessous de AB; il est clair que la radiation émise par ab proviendra de tous les points compris dans un tel espace : ces rayons divers se croiseront en ab, et se prolongeront au delà en divergeant en tous les sens d'après leurs directions initiales. Mais si nous voulons comparer le rayonnement perpendiculaire de l'élément à l'un quelconque de ses rayonnements obliques, il nous faudra considérer le faisceau $fabc$ et l'un des faisceaux $f'abc'$, $f''abc''$, etc., ayant l'élément ab pour base, traversant tout l'hémisphère $mc''c'cn$, et s'appuyant sur sa surface. Or, il est évident que les faisceaux obliques contiendront moins de chaleur que le faisceau perpendiculaire, et d'autant moins que leur obliquité sera plus grande. Quant au rapport exact entre les intensités des deux faisceaux, rien de plus facile que de le déterminer; car il est évidemment proportionnel à leurs sections normales. Mais ab représente la section du faisceau perpendiculaire à la surface. Pour obtenir celle du faisceau oblique, il n'y a qu'à conduire par l'extrémité b une normale bp sur le côté opposé de ce faisceau. On aura alors la proportion

$$ab : bp :: 1 : \sin Baf';$$

c'est-à-dire que le rapport des deux intensités calorifiques est précisément celui que l'on trouve par l'expérience.

» Ainsi, au moyen des conséquences déduites de la seule propriété que possèdent les couches rapprochées de la surface, de rayonner à l'extérieur, une partie de la chaleur acquise, on comprend parfaitement pourquoi l'irradiation suit la loi du sinus de l'inclinaison. Et l'on a vu tantôt que les différences de quantité existantes entre les épaisseurs de ces couches, selon la nature des substances rayonnantes, explique assez nettement pourquoi l'intensité du pouvoir émissif varie de l'un à l'autre corps. L'irradiation extérieure des points rapprochés de la surface suffit donc pour rendre compte de tous les faits relatifs à l'émission calorifique des corps, sans avoir besoin de recourir à une *force de réflexion interne* admise par tous les mathématiciens qui ont appliqué le calcul à la science du calorique.

» La première idée, ou du moins le premier énoncé clair et précis de cette réflexion interne, semble dû à Pierre Prevost, de Genève, qui a tant contribué d'ailleurs à avancer la théorie, alors si nouvelle, de la chaleur rayonnante. « L'analogie et l'expérience, dit-il, nous engagent à appliquer » au calorique rayonnant la théorie de la lumière réfléchie. Lorsque le ca- » lorique passe d'un milieu dans un autre, il éprouve à la surface dirimante » une attraction ou une répulsion. S'il tend à passer d'un milieu moins ré- » fringent, tel que l'air, dans un milieu plus réfringent, tel que le verre ou

» un métal poli, il arrive, selon les circonstances (d'obliquité, etc.), qu'il est » réfléchi. Et la même chose a lieu, selon les circonstances, lorsqu'il passe » d'un milieu plus réfringent, *tel qu'un métal*, dans un autre qui l'est moins, » tel que l'air (1). »

» L'auteur de la *Théorie analytique de la chaleur* admet complétement cette manière de voir. On trouve, en effet, dans ses définitions préliminaires la proposition suivante : « Les rayons qui tendent à sortir des corps échauffés » sont arrêtés vers la surface par une force qui en réfléchit une partie dans » l'intérieur de la masse (2). »

» Et il est facile de voir, en lisant les premières pages de la *Théorie mathématique de la chaleur*, que la même hypothèse est adoptée par le profond géomètre que la mort a récemment enlevé aux progrès des sciences mathématiques et physiques (3).

» C'est au moyen d'une telle force supposée de réflexion vers l'intérieur, que ces illustres savants ont expliqué les différences de pouvoir rayonnant qui existent entre les corps de diverse nature. Pour ôter tous les doutes à cet égard, il suffira de citer la phrase suivante de Fourier, qui fait suite au passage ci-dessus rapporté. « Si, en modifiant l'état de la surface, on augmente » la force avec laquelle elle réfléchit les rayons incidents, on augmente en » même temps la faculté qu'elle a de réfléchir vers l'intérieur du corps les » rayons qui tendent à en sortir. »

» Ainsi, d'après Prevost, Fourier et Poisson, la chaleur qui s'échappe d'un corps sous forme de rayons, et traverse librement l'air environnant, serait comparable à la lumière passant de l'un à l'autre milieu; et les différences que l'on observe entre les pouvoirs rayonnants des corps proviendraient d'une réflexion plus ou moins énergique de la chaleur à la surface de séparation des deux milieux. Par conséquent, le faible rayonnement des métaux serait dû à la *grande réflexion intérieure* que le calorique éprouverait sur la surface de ces corps. Or, il est bien vrai que l'analogie entre le calorique et la lumière est très-grande, mais seulement dans le cas où le premier de ces deux agents affecte l'état rayonnant. Et quelles sont, de grâce, les expériences qui prouvent que la chaleur rayonne dans l'intérieur des métaux, ou dans les couches extrêmement minces, situées tout près de leurs surfaces? Aucune que je sache. Bien au contraire, si la question devait être décidée uniquement

---

(1) P. Prevost, *Du calorique rayonnant;* 1 vol. in-8°. Paris, 1809; page 112.

(2) Fourier, *Théorie analytique de la chaleur,* page 29.

(3) Poisson, *Théorie mathématique de la chaleur,* pages 22 et suivantes.

d'après les faits, on arriverait à une conclusion tout opposée, puisqu'on a vu tout à l'heure que des feuilles d'or, minces ou épaisses, étant appliquées sur le vernis, affaiblissaient de la même quantité le rayonnement de cette substance.

» Peut-être dira-t-on que la loi du sinus de l'inclinaison déduite de la théorie démontre le mouvement libre, ou rayonnant, de la chaleur dans les couches minces placées au-dessous de la surface d'un corps quelconque; et je veux bien l'admettre, quoique les idées d'où l'on a tiré la démonstration de cette loi ne soient pas appuyées sur des expériences exécutées directement sur les métaux.

» Cependant, si l'on suppose la *réflexion intérieure* assez puissante pour produire les grandes différences de pouvoir rayonnant que l'on observe entre les corps, *pourquoi la négliger complétement lorsqu'il s'agit de la démonstration de la loi du sinus ?*... Serait-ce parce que cette loi n'exige pas la comparaison des réflexions provenant de diverses substances, mais d'un seul et même corps, dont la surface se présente plus ou moins obliquement à la sortie des radiations calorifiques?... Alors on a sans doute oublié *que l'intensité de la réflexion n'est, à peu près, constante* que dans le cas des métaux; et que, pour le verre, le marbre et autres substances, *elle varie énormément avec l'obliquité des rayons ou le poli des surfaces.* Or, *qu'une force de réverbération, tantôt constante, tantôt variable, que l'on suppose assez puissante pour produire les énormes différences qui existent entre les quantités de chaleur émises par les corps de diverses natures, donne lieu au même résultat final, lorsqu'il s'agit de la loi que suivent les rayons sortant de chacun de ces corps sous diverses inclinaisons;* voilà ce que personne ne pourra raisonnablement soutenir.

» Ainsi, en admettant la *réflexion intérieure* pour expliquer les différences de pouvoir rayonnant, on se trouve nécessairement obligé de faire intervenir cette force dans l'explication de la loi que suit le rayonnement oblique; et, en introduisant la réflexion dans les considérations relatives à l'obliquité des rayons, on est forcé d'en conclure que la loi du sinus ne saurait être générale. Mais cette loi se vérifie dans tous les cas, comme il est facile de s'en convaincre en répétant l'expérience indiquée ci-dessus, sur le rayonnement perpendiculaire et oblique d'une surface métallique, polie, mate, noircie ou couverte d'une substance quelconque. Donc, l'effet de la prétendue *réflexion intérieure* est sensiblement nul; et la loi du sinus, et les différences des pouvoirs émissifs des corps, proviennent uniquement de l'intensité et de la quantité plus ou moins grande des rayons calorifiques qui,

partis des points situés au-dessous de la surface, arrivent à l'extérieur en traversant librement les couches superposées. »

ASTRONOMIE. — *Sur le prochain passage de Mercure sur le Soleil; par* M. LE VERRIER.

« Mercure doit passer le 8 mai 1845 sur le disque du Soleil. Le phénomène pourra être observé complétement en Amérique. Nous ne verrons en Europe que l'entrée de la planète sur le Soleil. Je me propose de calculer l'instant de chacune des phases de ce passage, au moyen des Tables de Mercure que j'ai présentées à l'Académie des Sciences en 1843.

Calcul du passage vu du centre de la Terre.

» *Coordonnées héliocentriques de Mercure.* — Les valeurs des éléments du mouvement elliptique de cette planète, et les expressions des différentes perturbations qu'il éprouve, sont rapportées en détail dans le tome VIII du Journal de M. Liouville. On en déduit les coordonnées héliocentriques suivantes, le 8 mai 1845, à $8^h + t$, temps moyen de l'Observatoire de Paris.

Longitude hélioc. de Mercure.	=	$228^\circ\ 1'40'',22 + 433'',732\,t - 0'',1202\,t^2$
Latitude hélioc. de Mercure.	=	$-\ 0.11.15\ ,54 - 53\ ,249\,t + 0\ ,0148\,t^2$
Log. de la distance au Soleil.	=	$9,6569393 + 0,00010515\,t - 0,000\,000\,228\,t^2$

» *Coordonnées géocentriques du Soleil.* — Je trouve par les Tables de Delambre corrigées :

Longitude vraie du Soleil...........	=	$48^\circ\,2'\,3'',58 + 144'',942\,t - 0'',0015\,t^2$
Aberration en longitude.............	=	$-\ 20\ ,05$
Latitude du Soleil..................	=	$-\ 0\ ,22 - 0'',005\,t$
Log. de la dist. du Soleil à la Terre...	=	$0,0043708 + 0,00000405\,t$

» Enfin, le demi-diamètre du Soleil étant, d'après mes recherches, égal à $16'0'',01$ à la distance moyenne, on trouve à l'instant du passage :

Demi-diamètre du Soleil............	=	$950'',40 - 0'',009\,t$

» *Coordonnées géocentriques de Mercure.* — On obtient, en faisant usage des données précédentes :

Longit. géoc. vraie de Mercure.. .	=	$48^\circ\ 2'\ 22'',64 - 90'',686\,t - 0'',0040\,t^2$
Aberrat. en longitude...........	= +	$6,91$
Latitude géoc. vraie de Mercure....	= −	$0.\ 9.\ 11,61 - 43'',687\,t - 0'',0057\,t^2$
Aberrat. en latitude.............	= +	$3,33$
Log. de la dist. à la Terre........	=	$9,74526 - 0,000079\,t$
Demi-diamètre de Mercure........	=	$6'',005 + 0,001\,t.$

» Soient actuellement l l'excès de la longitude apparente de Mercure sur celle du Soleil ; λ l'excès de la latitude apparente de Mercure sur celle du Soleil. On a :

$$l = 46'',02 - 235'',628\,t - 0'',0025\,t^2,$$
$$\lambda = -548'',06 - 43'',682\,t - 0'',0057\,t^2.$$

» On calculera l'instant de la conjonction apparente en posant $l = 0$, et l'on trouvera :

Temps de la conjonction apparente à.................... $8^h\,11^m\,43^s,1$;
Temps de la même phase suivant la *Connaissance des Temps*... $8^h\,9^m\,32^s,7$.

» Appelons c la distance apparente des centres du Soleil et de la planète. On déterminera les deux instants où cette distance aura lieu par les formules suivantes :

$$m = -5,26664 + 0,174111\left(\frac{c}{100}\right)^2 - 0,0000292\,t^3,$$
$$t = -0,22803 \pm \sqrt{0,051997 + m}.$$

Le tèrme en t^3 de la valeur de m n'a presque pas d'influence sur le résultat ; on le calculera au moyen d'une valeur approchée de t.

» Si, conformément aux conclusions de mes recherches, on ne tient aucun compte de l'influence de l'irradiation, on devra supposer $c = 944'',43$ au moment du premier contact intérieur, et $c = 944'',35$ au moment du second contact intérieur.

» Le temps total θ, que le disque de la planète met à entrer sur le disque du Soleil ou à en sortir, s'obtiendra par les formules suivantes, où 2ρ désigne le diamètre de la planète :

$$A = 43,682\,\lambda + 235,628\,l,$$
$$\theta = -\frac{2\rho c}{A}.$$

» J'ai trouvé, à l'aide de ces nombres et de ces formules :

Pour l'entrée :

$m = 10,26439$
$t = -3,43994$
$\log A = 5,26589$

Premier contact interne à... $4^h 33^m 36^s,2$
Durée de l'entrée. .... $3^m 41^s,2$
Premier contact externe à... $4^h 29^m 55,0$

Pour la sortie :

$m = 10,25972$
$t = 2,98316$
$\log A = 5,26582$

Deuxième contact interne à... $10^h 58^m 59^s,4$
Durée de la sortie......... $3^m 41^s,6$
Deuxième contact externe à... $11^h 2^m 41^s,0$

» On pourra, à l'aide du tableau suivant, comparer mes résultats avec ceux qu'on trouve dans le *Nautical Almanac*, dans l'*Ephéméride de Berlin*, et dans la *Connaissance des Temps*.

	TEMPS du premier contact externe.	TEMPS du premier contact interne.	PLUS COURTE distance des centres.	TEMPS du second contact interne.	TEMPS du second contact externe.
Suivant mes Tables........	$4^h29^m55^s$	$4^h33^m36^s$	9′ 7″,3	$10^h58^m59^s$	$11^h 2^m41^s$
Le *Nautical Almanac*......	4.28 27	"	9.11 ,7	"	11. 0. 10
L'*Éphéméride de Berlin*....	4.28 19	4.32. 1	9.11 ,5	10.56. 25	11. 0. 8
La *Connaissance des Temps*.	4.28. 40	4.32. 15	9 17 ,4	10 54 58	10 58. 33

» On doit espérer que les astronomes mesureront exactement, pendant le passage de la planète, ses différences en ascension droite et en déclinaison avec les bords du Soleil. Pour faciliter la comparaison de leurs observations, je vais donner, pour le 8 mai, une petite Table de l'ascension droite et de la déclinaison de Mercure, telles qu'elles résultent de mes calculs, et les mettre en regard avec les nombres qu'on trouve dans le *Nautical Almanac*.

TEMPS MOYEN.	ASCENSION DROITE APPARENTE de Mercure,		DÉCLINAISON APPARENTE de Mercure,		ASCENSION droite apparente du Soleil.	DÉCLINAISON apparente du Soleil.
	D'après mes Tables.	D'après le *Naut. Alm.*	D'après mes Tables.	D'après le *Naut. Alm.*		
$4^h0^m0^s$.......	45°42′26″,8	45°42′21″,5	17° 8′49″,9	17° 8′42″,5	45°24′ 4″,3	17°10′13″,0
6.0. 0........	45.39.50 ,1	45.39.44 ,9	17. 6.35 ,6	17. 6.28 ,3	45.28 55 ,7	17.11.34 ,0
8.0. 0........	45.37.13 ,3	45.37. 8 ,2	17. 4.21 ,2	17. 4.13 ,9	45.33 47 ,1	17.12.54 ,8
10.0. 0.......	45.34.36 ,5	45.34.31 ,4	17. 2. 6 ,7	17. 1.59 ,3	45.38.38 ,6	17.14.15 ,5
12.0. 0	45.31.59 ,7	45.31.54 ,5	16.59.52 ,2	16.59.44 ,8	45.43.30 ,2	17.15.36 ,1

» Tous les astronomes, qui ont construit des Tables de Mercure, ayant pris en grande considération les observations des passages, leurs Tables ne diffèrent point entre elles dans les environs des deux nœuds autant qu'elles le peuvent faire ailleurs. Aussi, bien que dans quelques points de l'orbite, mes Tables s'écartent des anciennes d'une minute environ en longitude héliocentrique, je trouve ici une ascension droite plus forte que celle du *Nautical Almanac* de 5″,2 seulement. Ma déclinaison est plus forte que celle du *Nautical* de 7″,4.

» Cette différence en déclinaison est trop grande pour échapper aux mesures micrométriques; et comme la déclinaison du Soleil est parfaitement connue, il serait du plus grand intérêt que les observateurs missent tout le soin possible à bien déterminer la distance de la planète au bord austral du Soleil. La correction que j'ai apportée à cet égard aux anciennes Tables consiste en un changement dans la position du nœud, changement qui diminue les latitudes vers le nœud ascendant et les augmente vers le nœud descendant. J'ai désiré de nouveau m'assurer de la nécessité de cette correction; et, à cet effet, j'ai cherché les erreurs en latitude des anciennes Tables, dans les environs des deux nœuds, c'est-à-dire lorsque la planète n'en était guère éloignée de plus de 30 degrés. N'omettant, d'ailleurs, aucune des observations faites à Paris, dans ces circonstances, voici ce que j'ai trouvé :

DATES.	DISTANCES au nœud.	ERREURS des Tables en latitude géocentriq.	DATES.	DISTANCES au nœud.	ERREURS des Tables en latitude géocentriq.
Nœud ascendant.			*Nœud descendant.*		
1836. Juillet 28......	357°	7",0	1836. Août 30.....	342°	— 2",4
1837. Octobre 12.....	4	5,3	Août 31.....	345	— 0,2
1838. Avril 10.......	30	3,5	1837. Mars 10.....	28	+ 2,9
Octobre 3......	30	3,1	Août 14.....	332	— 1,0
Octobre 4......	36	3,9	Août 18.....	346	— 0,9
1839. Juin 14........	330	1,9	Août 19.....	349	— 1,0
Juin 17........	347	3,4	Août 23.....	1	— 3,0
Juin 20........	5	1,4	Août 25.....	7	— 4,6
Septembre 16..	5	5,9	Août 26.....	9	— 4,4
Décembre 7....	331	2,1	Août 27.....	12	— 3,7
1840. Juin 1.........	6	2,7	1838. Février 7....	336	— 1,6
Juin 2.........	12	5,3	Août 11.....	4	— 0,1
Août 31........	24	3,3	Août 12....	7	— 2,4
Septembre 6...	31	1,3	Août 13.....	10	0,5
1841. Août 19........	1	6,6	Août 14.....	13	— 3,8
Août 20.......	7	5,7	Août 15.....	15	— 4,7
1842. Février 6......	332	6,7	Août 16.....	18	— 1,0
Février 8......	344	2,4	1839. Août 2.....	16	— 7,3
Février 15.....	27	0,8	Août 5...	24	— 6,3
Août 10.......	26	4,3	Août 8.....	32	— 5,0
			1840. Juillet 15....	5	— 2,3
			Juillet 16....	8	— 1,7
			Octobre 9...	359	— 3,6
			Octobre 10...	2	— 1,9
			Octobre 14...	13	— 0,7
			1841. Juin 28......	353	— 1,4
			Septembre 21	344	0,3
			1842. Juin 11......	341	1,2
			Juin 13......	348	— 0,4

» On ne peut douter, à la seule inspection de ce tableau, que les latitudes ne fussent trop grandes vers le nœud ascendant, trop faibles vers le nœud descendant; et l'écart doit se faire d'autant plus sentir, au moment d'un passage, que la planète est plus voisine de la Terre.

Calcul du passage pour un point de la surface de la Terre.

» Soient L la longitude de l'observateur, comptée à l'est du méridien de Paris; Λ sa latitude boréale. On obtiendra en ce point l'instant du premier contact interne, en ajoutant à l'instant calculé pour le centre de la Terre la correction suivante τ :

$$\tau = 1{,}266\,51 \sin\Lambda - 2{,}101\,59 \cos\Lambda \sin(L + 71^\circ 39');$$

les coefficients sont représentés par leurs logarithmes, et le résultat exprime des secondes de temps.

» On sera dispensé, au reste, de calculer cette formule en employant la table suivante, qui donne la valeur de τ pour tous les points de l'Europe, du nord de l'Afrique et de l'Amérique du Nord.

Table des valeurs de τ. Arguments L et Λ.

	$\Lambda = 0^\circ$	$\Lambda = 10^\circ$	$\Lambda = 20^\circ$	$\Lambda = 30^\circ$	$\Lambda = 40^\circ$	$\Lambda = 50^\circ$	$\Lambda = 60^\circ$	$\Lambda = 70^\circ$
L = 60°	− 91ˢ,4	− 89ˢ,8	− 82ˢ,4	− 72ˢ,5	− 60ˢ,5	− 46ˢ,6	− 31ˢ,2	− 14ˢ,9
50	− 107,6	− 102,7	− 94,8	− 83,9	− 70,5	− 55,0	− 37,8	− 19,4
40	− 117,5	− 112,5	− 104,1	− 92,5	− 78,1	− 61,4	− 42,7	− 22,8
30	− 123,8	− 118,7	− 110,0	− 97,9	− 82,9	− 65,4	− 45,9	− 25,0
20	− 126,3	− 121,2	− 112,4	− 100,1	− 84,9	− 67,0	− 47,2	− 25,8
10	− 125,0	− 119,9	− 111,2	− 99,0	− 83,9	− 66,2	− 46,5	− 25,4
0	− 119,9	− 114,9	− 106,4	− 94,6	− 80,0	− 62,9	− 44,0	− 23,7
− 10	− 111,2	− 106,3	− 98,2	− 87,1	− 73,3	− 57,3	− 39,6	− 20,7
− 20	− 99,1	− 94,4	− 86,8	− 76,6	− 64,0	− 49,5	− 33,5	− 16,5
− 60	− 25,5	− 21,9	− 17,6	− 12,8	− 7,7	− 2,2	+ 3,3	+ 8,6
− 70	− 3,6	− 0,4	+ 2,9	+ 6,1	+ 9,1	+ 11,8	+ 14,2	+ 16,1
− 80	+ 18,4	+ 21,3	+ 23,6	+ 25,2	+ 26,0	+ 25,9	+ 25,2	+ 23,6
− 90	+ 39,8	+ 42,4	+ 43,7	+ 43,7	+ 42,4	+ 39,7	+ 35,9	+ 31,0
− 100	+ 60,0	+ 62,3	+ 62,7	+ 61,2	+ 57,8	+ 52,7	+ 46,0	+ 37,9
− 110	+ 78,4	+ 80,4	+ 80,0	+ 77,2	+ 71,9	+ 64,6	+ 55,2	+ 44,2
− 120	+ 94,4	+ 96,2	+ 95,1	+ 91,0	+ 84,2	+ 74,9	+ 63,2	+ 49,7

» On obtiendra, pour le même point de la Terre, l'instant du second contact interne, en ajoutant à l'instant calculé pour le centre de la Terre la correction suivante τ' :

$$\tau' = -2{,}033\,84 \sin\Lambda - 1{,}834\,35 \cos\Lambda \sin(L + 136^\circ 50').$$

» La sortie n'étant pas visible en Europe, je ne réduis τ' en Table que pour les différents points de l'Amérique du Nord.

Table des valeurs de τ'. Arguments L et Λ.

	Λ = 0°.	Λ = 10°.	Λ = 20°.	Λ = 30°.	Λ = 40°.	Λ = 50°.	Λ = 60°.	Λ = 70°.
L = − 60°	− 66s,5	− 84s,3	− 99s,5	− 111s,6	− 120s,4	− 125s,6	− 126s,9	− 124s,3
− 70	− 62,8	− 80,6	− 96,0	− 108,4	− 117,6	− 123,2	− 125,0	− 123,1
− 80	− 57,2	− 75,1	− 90,7	− 103,6	− 113,3	− 119,6	− 122,2	− 121,1
− 90	− 49,8	− 67,8	− 83,8	− 97,2	− 107,7	− 114,8	− 118,5	− 118,6
− 100	− 40,9	− 59,1	− 75,4	− 89,5	− 100,9	− 109,1	− 114,1	− 115,6
− 110	− 30,8	− 49,1	− 65,9	− 80,8	− 93,1	− 102,6	− 109,0	− 112,1
− 120	− 19,8	− 38,3	− 55,6	− 71,2	− 84,6	− 95,5	− 103,5	− 108,4

» A Paris L = 0, Λ = 48° 50′. Je trouve $\tau = -64^s,1$. On peut d'ailleurs, sans inconvénient, appliquer la même correction à l'instant du premier contact extérieur. Et ainsi on obtient pour l'Observatoire de Paris :

Premier contact extérieur, ou commencement du passage, à .... $4^h 28^m 50^s,9$
Premier contact intérieur à 4. 32. 32, 1

Équations de condition pour l'entrée et la sortie.

» Supposons actuellement qu'on apporte à la longitude et à la latitude héliocentriques de Mercure des corrections δv et $\delta\lambda$; qu'on corrige, en outre la longitude du Soleil et la distance des centres des quantités $\delta\odot$ et δc; il en résultera sur le moment du premier contact intérieur, et sur le moment du second contact intérieur, des corrections que j'exprimerai en secondes de temps et que je représenterai par ε et ε' : or on aura entre ces différentes quantités les deux relations suivantes :

$$\left\{\begin{array}{l}\delta v - \delta\odot + 0,464\ \delta\lambda + 1,353\ \delta c + 0,0734\ \varepsilon = 0,\\ \delta v - \delta\odot - 1,033\ \delta\lambda - 1,760\ \delta c + 0,0955\ \varepsilon' = 0.\end{array}\right.$$

» On en déduit qu'il suffit de changer d'une seconde de degré, soit la longitude héliocentrique de la planète, soit la longitude du Soleil, pour que le moment calculé de l'entrée varie de $13^s,6$ de temps. Un changement d'une seconde de degré sur la distance des centres ferait varier le même instant de $18^s,4$ de temps. »

GÉOLOGIE. — *Sur le gisement de cuivre et d'argent natifs des bords du lac Supérieur.* (Extrait d'une Lettre de M. le docteur **C.-T. Jackson** à M. *Élie de Beaumont.*)

« Boston, le 29 décembre 1844.

» ..... Depuis l'époque de ma dernière Lettre, j'ai fait un voyage au *lac*

Supérieur pour examiner les mines de cuivre de *Kewena-Point*, sur le rivage méridional de ce lac.

» J'ai trouvé là une région minérale très-intéressante. Le cuivre s'y présente généralement à l'état métallique remplissant toutes les cavités d'un trapp amygdaloïde disposé en *dykes* très-épais, coupant les couches du vieux grès rouge et du conglomérat, qui forment, dans cette partie, les bords du lac Supérieur.

» Le cuivre se trouve à la fois à l'état de *cuivre métallique pur* et à l'état d'alliage d'*argent et de cuivre*, renfermant des spicules et des grains d'*argent pur* enveloppés dans sa masse, et de l'argent cristallisé en globules anguleux adhérents à la surface de l'alliage cuivreux. Quelquefois des veines d'*argent pur* coupent de grandes masses de cuivre contenant seulement à l'état d'alliage de $\frac{1}{1000}$ à $\frac{3}{1000}$ d'argent; les veines paraissent alors s'être formées dans la masse par voie de ségrégation. J'ai trouvé des morceaux de cuivre et d'argent unis ensemble, de manière à pouvoir être aplatis sous le marteau en plaques minces, sans que la proportion de l'alliage y surpassât celle qui vient d'être indiquée. L'un des morceaux dont il s'agit était un nodule arrondi de l'amygdaloïde, et, après avoir été aplati sous le marteau, il présentait une plaque formée de deux parties à peu près égales, séparées par une ligne légèrement sinueuse, l'une des parties formée d'argent et l'autre de cuivre, contenant deux parcelles d'argent nettement circonscrites.

» Maintenant, si l'on vient à fondre au chalumeau une pièce telle que celle-là, le cuivre et l'argent s'unissent intimement, et il en résulte un alliage. Cependant si l'on place un bouton d'argent et un de cuivre côte à côte sur le charbon, et qu'on fonde le cuivre le premier, on peut unir les deux boutons par leur surface sans qu'ils se fondent beaucoup l'un dans l'autre, pourvu qu'on n'emploie aucun flux; mais un pareil état de choses ne pourrait s'être produit dans une masse de roches trappennes en fusion, et l'on est forcé de supposer que l'argent s'est séparé du cuivre à une haute température par quelque loi de ségrégation encore inconnue.

» On trouve aussi de l'*argent métallique pur* répandu en abondance dans la roche amygdaloïde en petits grains et en boutons de la grosseur d'un pois.

» Les mineurs ont été mis à l'œuvre sur un des filons les plus riches, et nous verrons bientôt une grande quantité de métal riche provenant du lac Supérieur. L'alliage obtenu au fourneau ou par la voie sèche donne de 5 à 16 pour 100 d'argent. J'ai analysé dans une seule opération 50 livres de minerai (23 kilogrammes), et j'ai obtenu pour résulats de gros boutons de cuivre pur et d'argent pur.

» Parmi les choses curieuses que présente le trapp amygdaloïde, on peut citer de grands filons de *datholite* (chaux boratée siliceuse) de 3 pieds d'épaisseur (0^m,91), où les cristaux de datholite contiennent de petites écailles de *cuivre pur*. Il existe aussi dans le trapp des filons de *prehnite* de 3 à 4 pieds d'épaisseur (0^m,91 à 1^m,22), également remplis de petites spicules et paillettes de *cuivre pur*. L'*analcyme*, la *laumonite*, le *spath calcaire* se montrent à la ligne de jonction du trapp avec le conglomérat et le grès, et cette dernière roche est traversée par de nombreux filons de spath calcaire ayant de quelques pouces à 6 pieds de puissance (1^m,83). Du cuivre hydraté siliceux (*chrysocole*) et du silicate de cuivre noir se trouvent dans le conglomérat à *Copper Harbour*.

» Je me suis procuré une masse de *cuivre pur* du poids de 16 livres (7 kilogrammes), provenant du lit d'une rivière.

» Un *bloc erratique de cuivre*, pesant environ 3000 *livres* (1360 kilog.), a été trouvé sur le conglomérat, près de la rivière Onontaga. Il provient, suivant toute apparence, de la serpentine de l'île Royale, située au nord, à la distance de 40 milles (64 kilomètres.) »

M. **Élie de Beaumont**, en présentant à l'Académie un ouvrage intitulé : *Final report on the geology and mineralogy of the state of New-Hampshire, with contributions towards the improvement of agriculture an metallurgy*, par M. le Dr **Ch.-T. Jackson**, de Boston, demande la permission d'en citer un passage qui lui a paru renfermer un fait curieux. La traduction est textuelle.

« A quatre milles et demi du village de *Canaan*, dans le lieu nommé
» *Orange-Corner*, sur le côté occidental de la grande route, près du sommet
» du terrain élevé où se fait le partage des eaux qui coulent vers le Connec-
» ticut et vers le Merrimack, il existe dans un granit solide une série de
» cavités profondes de la nature de celles appelées *Marmites des Géants*
» (*pot-holes*). L'une d'elles, à cause de sa grande profondeur et de sa par-
» faite régularité, est appelée *le Puits*. Cette dernière a $4\frac{1}{4}$ pieds de diamètre
» (1^m,29) à sa partie supérieure, et 2 pieds (0^m,60) au fond. Un côté a été
» enlevé de manière à laisser voir la partie concave d'un demi-cylindre. De-
» puis la partie supérieure du côté intact, jusqu'au fond de la cavité, la
» profondeur est de 11 pieds (3^m,35), et sur la face opposée de la cavité qui
» s'arrête au niveau de la route, la profondeur est de 8 pieds (2^m,44). La surface
» usée, qui forme l'intérieur de ce *pot-hole* ancien, est polie et présente la
» même apparence que celle des *pot-holes* d'origine plus récente observés à

» la cascade appelée *Bellows-Falls.* Les habitants du village voisin avaient » enlevé les pierres, la terre et l'eau dont ce puits était rempli, dans le désir » d'en voir tout l'intérieur, de manière qu'on avait une bonne occasion d'exa- » miner sa surface et sa profondeur. J'ai été informé (dit le docteur Jack- » son) que les pierres trouvées dans cette cavité étaient arrondies et polies, » ressemblant ainsi à celles qu'on trouve habituellement dans les *pot-holes* à » Bellows-Falls.

» En explorant les environs immédiats, nous trouvâmes un grand nombre » de cavités moins profondes, mais d'une nature semblable, et sur la surface » des rochers où on les avait mises récemment à découvert, nous obser- » vâmes de nombreuses *stries* du genre de celles qui font partie du phéno- » mène erratique (*Drift scratches*). En examinant avec la boussole l'ali- » gnement des *pot-holes*, nous le trouvâmes dirigé parallèlement aux *stries*, » savoir, du N. 10 degrés E. au S. 10 degrés O., ce qui semble indiquer que » les stries ont été produites par le même courant qui a creusé ces profondes » cavités dans le rocher. Sur les côtés E. et O. de ce passage de montagne il » y a des élévations rocheuses, mais aucun cours d'eau issu de ces élévations » n'a certainement passé sur l'emplacement des *pot-holes* qui forme le point » de partage entre les filets d'eau tributaires du Connecticut et ceux tribu- » taires du Merrimack, et qui est élevé de 900 à 1000 pieds (274 à 305^{m}) au- » dessus de ces rivières, ou de 1229 pieds (375 mètres) au-dessus de la mer. »

N. B. On se rappellera naturellement, à cette occasion, que le *cuivre natif* a déjà été rencontré dans la serpentine, en diverses localités; que le *platine natif* a été découvert par M. Boussingault dans un filon de trapp du Choco, et que dans l'Oural, il se trouve dans la serpentine, comme M. Gustave Rose l'a annoncé depuis longtemps, et comme M. Le Play l'a constaté récemment sur une des principales masses de cette roche; que le platine est toujours accompagné de *rhodium*, de *palladium*, d'*osmium* et d'*iridium* également à l'état natif. L'existence de ces divers métaux dans des roches regardées généralement comme étant d'origine éruptive semble venir à l'appui de l'opinion qui suppose que les *métaux à l'état natif* jouent un grand rôle dans la constitution de l'intérieur de la terre.

L'Académie accepte le dépôt de deux paquets cachetés présentés, l'un, par M. A. Laurent; l'autre, par M. Maissiat.

A 4 heures un quart l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 7 heures. A.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1845; n° 8; in-4°.

Annales de la Chirurgie française et étrangère; février 1845; in-8°.

Description des Machines et procédés consignés dans les Brevets d'invention, de perfectionnement et d'importation dont la durée est expirée, et dans ceux dont la déchéance est prononcée; publiée par les ordres de M. le MINISTRE DU COMMERCE; tome LIII; in-4°.

Catalogue des Brevets d'invention, d'importation et de perfectionnement, délivrés du 1er janvier au 31 décembre 1843, dressé par ordre de M. CUNIN-GRIDAINE, *Ministre du Commerce.* Paris, 1844; in-8°.

Leçons d'Anatomie comparée de G. CUVIER : 2e *édition, corrigée et augmentée; tome III, contenant le Système nerveux et les organes des Sens, revue par* MM. F. G. CUVIER *et* LAURILLARD. Paris, 1845; in-8°.

Histoire des Sciences naturelles, depuis leur origine jusqu'à nos jours, chez tous les peuples connus, commencée au Collége de France par G. CUVIER, *complétée par* M. T. MAGDELEINE DE SAINT-AGY; 3e *partie, contenant la fin de la seconde moitié du* XVIIIe *siècle, et une partie du* XIXe; *tome V complémentaire.* Paris, 1845; in-8°.

Voyages de la Commission scientifique du Nord en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Féroë, pendant les années 1838-1840, *sur la corvette* la Recherche, *publiés par ordre du Roi, sous la direction de* M. GAIMARD; 27e livraison; in-folio.

Illustrationes plantarum orientalium, ou choix de Plantes nouvelles ou peu-connues de l'Asie occidentale; par M. le comte JAUBERT *et* M. SPACH; 13e livraison; in-folio.

Éléments de Perspective linéaire, comprenant la théorie et les procédés pratiques de cette Science; par M. A. GUIOT; 1 vol. in-8°, avec atlas in-4°. Paris, 1845.

Dictionnaire d'Hippiatrique et d'Equitation; par M. CARDINI. Paris, 1845; in-8°.

J. Liebig... *Lettres sur la Chimie et sur ses applications à l'Industrie, à la Physiologie et à l'Agriculture, traduites de l'allemand par* M. BICHON. Paris, 1845; 1 vol. in-12.

Précis d'Analyse chimique qualitative, ou Traité des opérations chimiques, des réactifs et de leur action sur les corps les plus répandus; suivi d'un procédé systématique d'Analyse appliquée aux corps les plus fréquemment employés en pharmacie et dans les Arts; par M. REMIGIUS FRESENIUS; *édition française publiée sur la* 3e *édition allemande, par* M. SACC fils. Paris, 1845; 1 vol. in-12.

Recherches sur les Echinocoques chez l'homme et chez les animaux; par M. E. LIVOIS. Paris, 1843; in-4°.

De la défense du territoire. — Fortifications de Paris; brochure, in-8°; 1840.

Fortification permanente. — Défauts des fronts bastionnés en usage, modifications nécessaires. — Bases d'un nouveau système; par M. J. MADELAINE; *supplément au* 1er *Mémoire;* 1845; in-8°.

A M. A. MORIN. — *Lettre par* M. PASSOT; $\frac{1}{4}$ de feuille in-8°. (Extrait de l'*Écho agricole* du 27 février.)

Encyclographie médicale; publiée par M. LARTIGUES; 3e année; février 1845; in-8°.

Journal des Connaissances médicales pratiques; février 1845; in-8°.

Annales de Thérapeutique médicale et chirurgicale, et de Toxicologie; par M. ROGNETTA; tome II, n° 12; mars 1845; in-8°.

Journal des Connaissances utiles; février 1845; in-8°.

Final report... *Dernier Rapport sur la Géologie et la Minéralogie de l'État de New-Hampshire; par* M. CH.-T. JACKSON; *publié par ordre de la Législature.* Concord; 1844, in-4°.

The medical Times; n° 284; in-4°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 528; in-4°.

Gazette médicale de Paris; tome XIII, 1845; n° 9; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n°s 23-25.

L'Écho du Monde savant; n°s 14 et 15; in-4°.